

OPTIMALISASI WAKTU LAMPU LALU LINTAS DI PERSIMPANGAN JALAN DENGAN METODE ALJABAR *MAX-PLUS*

Afifah^{1*}, Ahmad Zaenal Arifin², Kresna Oktafianto³

^{1,2,3}Program Studi Matematika, Universitas PGRI Ronggolawe

* Email: ndafifah@gmail.com

ABSTRAK

Kabupaten Tuban adalah salah satu kabupaten yang dilewati jalur pantura. Terdapat banyak kendaraan yang melewati jalur tersebut sehingga sering terjadi kemacetan. Salah satu faktor kemacetan tersebut adalah belum optimalnya waktu lampu lalu lintas yang diterapkan. Persimpangan POLRES Tuban dan Persimpangan GOR Rangga Jaya Anoraga Tuban adalah persimpangan di Kabupaten Tuban yang masih mengalami kemacetan. Kemacetan tersebut dapat diatasi dengan mengoptimalkan waktu lampu lalu lintas di persimpangan terkait menggunakan metode Aljabar *Max-Plus*. Hasil dari penelitian ini berupa perbedaan antara waktu lampu lalu lintas hasil perhitungan menggunakan metode Aljabar *Max-Plus* dengan waktu lampu lalu lintas yang telah diterapkan. Didapatkan hasil waktu satu siklus yang awalnya sebesar 150 detik di persimpangan POLRES Tuban dan sebesar 118 detik di persimpangan GOR Rangga Jaya Anoraga Tuban menjadi sebesar 226 detik. Waktu yang dihasilkan dengan metode Aljabar *Max-Plus* lebih optimal dalam mengatasi kemacetan dibandingkan dengan waktu yang diterapkan saat ini di persimpangan terkait.

Kata Kunci: kemacetan; waktu lampu lalu lintas; persimpangan; Aljabar *Max-Plus*

PENDAHULUAN

Kabupaten Tuban adalah salah satu kabupaten yang dilewati jalur pantura [1]. Jalur pantura tersebut menghubungkan lima provinsi di Pulau Jawa dengan jalur terpanjang yang berada di wilayah Jawa Timur [2], sehingga terdapat banyak kendaraan yang melewati jalur tersebut [3]–[5]. Karena sering dilewati oleh banyak kendaraan khususnya kendaraan besar beroda empat atau lebih, jalur pantura sering mengalami kemacetan [3], [6].

Kemacetan lalu lintas merupakan hambatan yang sering ditemukan di setiap jalur pantura kota khususnya di persimpangan jalan [7]. Seperti kota-kota lain, persimpangan jalan di Kabupaten Tuban yang dilalui jalur pantura juga sering mengalami kemacetan. Salah satu penyebab kemacetan yang terjadi adalah karena pengaturan waktu lampu lalu lintas yang belum optimal. Pengaturan waktu lampu lalu lintas yang sudah diterapkan masih belum optimal dalam mengatasi kemacetan yang ada di persimpangan-persimpangan Kabupaten Tuban.

Persimpangan Polres Tuban dan Persimpangan GOR Rangga Jaya Anoraga Tuban adalah contoh persimpangan di Kabupaten Tuban yang sering mengalami kemacetan. Menurut Dinas Perhubungan Kabupaten Tuban [8], kedua persimpangan tersebut termasuk persimpangan dengan arus

stabil, tetapi kecepatan dan gerak kendaraan dikendalikan dan pengemudi dibatasi dalam memilih kecepatan. Dengan keadaan tersebut, akan terjadi kemacetan jika jumlah kendaraan yang lewat di persimpangan tersebut meningkat. Kemacetan tersebut umumnya terjadi pada saat jam berangkat kerja, jam pulang kerja, atau saat jam istirahat di siang hari. Sehubungan dengan hal tersebut, dibutuhkan waktu lampu lalu lintas yang sesuai agar tidak terjadi kemacetan di kedua persimpangan tersebut. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk mengoptimalkan waktu lampu lalu lintas adalah metode Aljabar *Max-Plus* [9].

Pada penelitian yang dilakukan oleh Pungkas [10], metode Aljabar *Max-Plus* digunakan untuk memodelkan durasi nyala lampu lalu lintas di persimpangan Dago, Bandung. Pada penelitian yang dilakukan oleh Wibowo, Wijayanti dan Veronica [11], metode Aljabar *Max-Plus* juga digunakan untuk mengoptimalkan waktu lampu lalu lintas di persimpangan Jarakah, Semarang. Selain itu, metode Aljabar *Max-Plus* juga pernah digunakan untuk memodelkan waktu lampu lalu lintas untuk persimpangan Monjali, Kentungan dan Gejayan di Yogyakarta [12]. Dari penelitian-penelitian terdahulu tersebut, Metode Aljabar *Max-Plus* dipilih untuk

menjadi metode dalam penelitian ini karena menurut beberapa penelitian terdahulu metode tersebut lebih efektif digunakan untuk mengoptimalkan waktu lampu lalu lintas karena data yang dipertimbangkan hanya waktu lampu lalu lintas.

METODE ALJABAR MAX-PLUS

Operasi dasar aljabar *max-plus* adalah maksimum yang dinotasikan oleh \oplus dan penjumlahan yang dinotasikan oleh \otimes [13], [14]. Menurut Rudhito [15], definisi dari aljabar *max-plus* adalah himpunan $\mathbb{R} \cup \{-\infty\}$ dengan \mathbb{R} merupakan himpunan semua bilangan real yang dilengkapi dengan operasi maksimum yang dinotasikan oleh \oplus dan operasi penjumlahan yang dinotasikan oleh \otimes . Diberikan $\mathbb{R}_{\max} = (\mathbb{R} \cup \{-\infty\}, \oplus, \otimes)$ dengan $\varepsilon := -\infty$ dan $e := 0$. Untuk setiap $a, b \in \mathbb{R}_{\max}$, didefinisikan operasi \oplus dan \otimes sebagai berikut:

$$a \oplus b := \max\{a, b\} \quad (1)$$

$$a \otimes b := a + b \quad (2)$$

Pada pemodelan aljabar *max-plus*, diperlukan langkah untuk mencari nilai eigen dan vektor eigen dari matriks suatu pemodelan. Menurut Sugiarto, Permana dan Prawiranegara [16], pengertian nilai eigen dan vektor eigen yang bersesuaian dari suatu matriks persegi A berukuran $n \times n$ yang dijumpai dalam aljabar linear serta dalam aljabar *max-plus*, yaitu apabila diberikan suatu persamaan sebagai berikut:

$$A \otimes \bar{x} = \lambda \otimes \bar{x}, \quad \forall \bar{x} \quad (3)$$

Dalam hal ini masing-masing vektor $x \in \mathbb{R}_{\max}^n$ merupakan vektor eigen dan $\lambda \in \mathbb{R}$ merupakan nilai eigen dari matriks A dengan vektor $\bar{x} \neq (\varepsilon, \varepsilon, \dots, \varepsilon)^T$. Suatu algoritma untuk menentukan nilai eigen dan vektor eigen dari matriks $A \in \mathbb{R}_{\max}^{n \times n}$ dilakukan secara berulang dari bentuk persamaan linear yaitu sebagai berikut:

$$x(k+1) = A \otimes x(k), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

Relasi berulang dari persamaan tersebut untuk matriks A yang tak tereduksi maupun yang tereduksi erat kaitannya dengan vektor waktu siklus yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\bar{x}(k)}{k} \quad (5)$$

Limit ini ada untuk setiap keadaan awal $\bar{x} \neq (\varepsilon, \varepsilon, \dots, \varepsilon)^T$ seperti pada teorema yang menjelaskan bentuk nilai eigen pada matriks persegi A berikut:

Bila untuk sebarang keadaan awal $\bar{x}(0) \neq \varepsilon$ sistem persamaan $x(k+1) = A \otimes \bar{x}(k)$ memenuhi $\bar{x}(p) = c \otimes \bar{x}(q)$ untuk beberapa bilangan bulat p dan q dengan $p > q \geq 0$ dan beberapa bilangan real c dan $\bar{x}(q) \in \mathbb{R}^n$, maka

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\bar{x}(k)}{k} = \begin{bmatrix} \lambda \\ \lambda \\ \vdots \\ \lambda \end{bmatrix} \quad (6)$$

Dengan $\lambda = \frac{c}{p-q}$. Selanjutnya λ adalah suatu nilai eigen dari matriks A dengan vektor karakteristik diberikan oleh

$$\bar{v} = \bigoplus_{i=1}^{p-q} (\lambda^{\otimes(p-q-i)} \otimes x(q+i-1)) \quad (7)$$

Berdasarkan hasil teorema tersebut, menurut Natalia, Sudarsana and Lusiyanti [17] langkah-langkah mencari nilai eigen dan vektor eigen adalah sebagai berikut:

- Mulai dari sebarang vektor awal $\bar{x}(0) \neq \varepsilon$
- Iterasi dengan menggunakan persamaan (4) hingga ada bilangan bulat $p > q \geq 0$ dan bilangan real c sehingga terjadi suatu perilaku periodik, yaitu $\bar{x}(p) = c \otimes \bar{x}(q)$
- Hitung nilai eigen

$$\lambda = \frac{c}{p-q} \quad (8)$$

- Hitung vektor eigen dengan persamaan (7)

Nilai eigen dan vektor eigen ini yang akan digunakan untuk mencari waktu lampu lalu lintas dengan langkah periodisasi berdasarkan fase. Namun saat ini pencarian nilai eigen dan vektor eigen semakin mudah dengan adanya aplikasi matematik. Oleh karena itu, penelitian ini dibantu oleh aplikasi matematik agar penghitungan tidak memakan waktu yang lama.

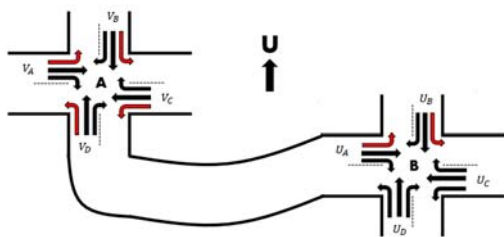
Dalam penelitian ini, data yang diambil adalah data waktu lampu lalu lintas di Persimpangan POLRES Tuban dan

Persimpangan GOR Rangka Jaya Anoraga Tuban. Data diambil dengan cara observasi langsung di masing-masing persimpangan. Data yang sudah diolah kemudian diolah dan dioptimalkan dengan metode Aljabar *Max-Plus* melalui langkah-langkah sebagai berikut:

1. Penentuan variabel jalur dan waktu
2. Sinkronisasi jalur
3. Pemodelan waktu lampu lalu lintas di tiap jalur dengan acuan sinkronisasi jalur
4. Penentuan matriks aljabar Max-Plus
5. Penentuan nilai eigen dan vektor eigen
6. Periodisasi waktu lampu lalu lintas
7. Penentuan waktu lampu lalu lintas yang optimal

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil penelitian didapat dengan pengamatan langsung waktu lampu lalu lintas di Persimpangan POLRES Tuban dan Persimpangan GOR Rangka Jaya Anoraga Tuban. Denah Persimpangan POLRES Tuban dan Persimpangan GOR Rangka Jaya Anoraga Tuban digambarkan pada Gambar 1. Berdasarkan denah di Persimpangan POLRES Tuban dan Persimpangan GOR Rangka Jaya Anoraga Tuban pada Gambar 1, terdapat beberapa jalur berwarna merah yang menunjukkan arus lalu lintas yang tidak peraturan lampu lalu lintas dan beberapa jalur berwarna hitam yang menunjukkan arus lalu lintas yang harus mengikuti peraturan lampu lalu lintas.



Gambar 1. Denah Persimpangan GOR Rangka Jaya Anogara Tuban (A) dan Persimpangan POLRES Tuban (B)

Keterangan gambar:

- U_A : Jalan Dr. Wahidin Sudiro Husodo dari Arah Barat
- U_B : Jalan Pramuka
- U_C : Jalan Dr. Wahidin Sudiro Husodo dari Arah Timur

- U_D : Jalan Mastrip
- V_A : Jalan Letda Sucipto
- V_B : Jalan Teuku Umar
- V_C : Jalan Sunan Kalijogo
- V_D : Jalan Dr. Wahidin Sudiro Husodo dari Arah Selatan

Berdasarkan pengamatan yang dilakukan, didapatkan hasil waktu lampu lalu lintas di kedua persimpangan. Data waktu lampu merah dan lampu hijau di Persimpangan POLRES Tuban disajikan dalam Tabel 1, sedangkan data waktu lampu merah dan lampu hijau di Persimpangan GOR Rangka Jaya Anoraga Tuban disajikan dalam Tabel 2.

Tabel 1. Data Waktu Lampu Lalu Lintas di Persimpangan POLRES Tuban

Tempat Pengamatan	Waktu Lampu Merah (detik)	Waktu Lampu Hijau (detik)	Fase Clear (detik)
U_A	129	18	3
U_B	129	18	3
U_C	58	89	3
U_D	129	18	3
Total Waktu Satu Siklus (detik)			150

Tabel 2. Data Waktu Lampu Lalu Lintas di Persimpangan GOR Rangka Jaya Anoraga Tuban

Tempat Pengamatan	Waktu Lampu Merah (detik)	Waktu Lampu Hijau (detik)	Fase Clear (detik)
V_A	65	50	3
V_B	65	50	3
V_C	96	19	3
V_D	90	25	3
Total Waktu Satu Siklus (detik)			118

Berdasarkan hasil pengamatan yang telah dilakukan, rata-rata waktu lampu merah dan lampu hijau di Persimpangan POLRES Tuban lebih lama daripada rata-rata waktu lampu merah dan lampu hijau di Persimpangan GOR Rangka Jaya Anoraga Tuban. Hal tersebut dikarenakan intensitas kendaraan di Persimpangan POLRES Tuban lebih banyak daripada intensitas kendaraan di Persimpangan

GOR Rangga Jaya Anoraga Tuban. Hal tersebut juga berpengaruh pada total waktu satu siklusnya yaitu penjumlahan waktu lampu merah, waktu lampu hijau dan waktu *fase clear* di kedua persimpangan tersebut. Total waktu satu siklus di persimpangan POLRES Tuban lebih lama daripada total waktu satu siklus di persimpangan GOR Rangga Jaya Anoraga Tuban.

Data yang telah didapat selanjutnya disusun ke dalam model matematika berdasarkan aturan Aljabar *Max-Plus*. Untuk menyusun model tersebut, dibutuhkan penentuan aturan sinkronisasi yang akan menjadi dasar dari pembentukan model. Pada aturan sinkronisasi, kedua persimpangan dijabarkan dalam 18 jalur yang disajikan pada Tabel 3. Dari variabel tersebut, dibuat model waktu lampu lalu lintas dari masing-masing jalur.

Tabel 3. Pendefinisian Variabel untuk Jalur di Kedua Persimpangan

Variabel	Jalur
$x_1(k)$	U_A ke U_C pada saat ke k
$x_2(k)$	U_A ke U_D pada saat ke k
$x_3(k)$	U_B ke U_A pada saat ke k
$x_4(k)$	U_B ke U_D pada saat ke k
$x_5(k)$	U_C ke U_A pada saat ke k
$x_6(k)$	U_C ke U_B pada saat ke k
$x_7(k)$	U_C ke U_D pada saat ke k
$x_8(k)$	U_D ke U_A pada saat ke k
$x_9(k)$	U_D ke U_B pada saat ke k
$x_{10}(k)$	U_D ke U_C pada saat ke k
$x_{11}(k)$	V_A ke V_C pada saat ke k
$x_{12}(k)$	V_A ke V_D pada saat ke k
$x_{13}(k)$	V_B ke V_A pada saat ke k
$x_{14}(k)$	V_B ke V_D pada saat ke k
$x_{15}(k)$	V_C ke V_A pada saat ke k
$x_{16}(k)$	V_C ke V_B pada saat ke k
$x_{17}(k)$	V_D ke V_B pada saat ke k
$x_{18}(k)$	V_D ke V_C pada saat ke k

Model yang sudah jadi selanjutnya diubah dalam bentuk matriks untuk dicari nilai eigen dan vektor eigennya. Nilai eigen dan vektor eigen didapatkan dengan menggunakan bantuan aplikasi matematik. Nilai eigen yang didapat sebesar 56,5. Sedangkan vektor eigen yang didapat disajikan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\bar{v} = \begin{bmatrix} 431 \\ 431 \\ 431 \\ 431 \\ 395.5 \\ 395.5 \\ 395.5 \\ 431 \\ 431 \\ 431 \\ 374.5 \\ 374.5 \\ 374.5 \\ 374.5 \\ 374.5 \\ 374.5 \\ 374.5 \\ 374.5 \end{bmatrix}$$

Vektor eigen dari masing-masing persimpangan tersebut dikurangkan dengan nilai vektor eigen jalur yang nilainya paling kecil. Hal ini dilakukan untuk menentukan nilai awal dalam penentuan waktu nyala lampu lalu lintas dari masing-masing jalur yang kemudian dilanjutkan dengan periodisasi waktu lampu dengan menambahkan nilai eigen pada setiap fase sehingga dihasilkan waktu lampu yang disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4. Hasil Waktu Lampu Lalu Lintas dengan Metode Aljabar Max-Plus

Jalur	Lampu Hijau	Lampu Merah
x_1	53,5	169,5
x_2	53,5	169,5
x_3	18	205
x_4	18	205
x_5	89	134
x_6	89	134
x_7	202	21
x_8	131	92
x_9	53,5	169,5
x_{10}	110	113
x_{11}	53,5	169,5
x_{12}	53,5	169,5
x_{13}	53,5	169,5
x_{14}	53,5	169,5
x_{15}	53,5	169,5
x_{16}	53,5	169,5
x_{17}	53,5	169,5
x_{18}	53,5	169,5

Pada Tabel 4, durasi satu siklus di masing-masing jalur adalah 226 detik. Hasil tersebut diperoleh dari penjumlahan waktu lampu merah, waktu lampu hijau dan waktu lampu kuning di setiap jalur. Dengan hasil penghitungan menggunakan metode Aljabar Max-Plus, terdapat perbedaan waktu lampu di setiap jalur pada persimpangan POLRES Tuban karena ada beberapa jalur belok kiri langsung yang memengaruhi sinkronisasi, pemodelan dan periodisasi, sedangkan jalur di persimpangan GOR Rangka Jaya Anoraga Tuban tidak terdapat perbedaan waktu pada setiap jalur karena sinkronisasi dan periodisasi yang sama dengan yang diterapkan saat ini.

KESIMPULAN

Hasil perhitungan dengan metode Aljabar *Max-Plus* didapatkan melalui pemodelan dari waktu lampu lalu lintas yang ada di persimpangan POLRES Tuban dan persimpangan GOR Rangka Jaya Anoraga Tuban yang selanjutnya dijadikan matriks untuk dicari nilai dan vektor eigen dari matriks tersebut. Setelah didapatkan nilai eigen dan vektor eigen, digunakan periodisasi sehingga menghasilkan durasi satu siklus lampu serta waktu lampu hijau dan waktu lampu merah. Waktu lampu lalu lintas hasil perhitungan dari masing-masing jalur bervariasi. Hal tersebut berhubungan dengan aturan sinkronisasi dari masing-masing jalur dan periodisasi yang dapat memengaruhi waktu lampu hijau dan waktu lampu merah dari masing-masing jalur.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] K. Astrea, "Hipotesis Sapir-Whorf dalam Proses Toponimi Kabupaten Tuban (Kajian Antropologi Linguistik)," *BASTRA J. Penelit. Pendidik. Bhs. dan Sastra*, vol. 4, no. 1, pp. 49–56, 2017.
- [2] D. Novitasari, "Manajemen Kecepatan Lalu Lintas Di Jalur Pantura Wilayah Jawa Timur." Universitas Gadjah Mada, 2017.
- [3] W. Imam, "Analisis Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Kecelakaan Lalu Lintas Di Jalur Pantura Kabupaten Demak," *Skripsi*, 2019.
- [4] A. Sumarudin, D. Darsih, I. Iryanto, and A. Suheryadi, "Aplikasi Penghitung Kendaraan Pada Jalur Pantura Menggunakan Blob Deteksi Dan Kalman Filter," *J. Appl. Informatics Comput.*, vol. 3, no. 1, pp. 8–11, 2019.
- [5] P. Edi, "Pengaruh Lokasi, Pelayanan Dan Fasilitas Uji Kendaraan Bermotor Terhadap Kepuasan Konsumen Dinas Perhubungan Kabupaten Pati," *Skripsi*, 2020.
- [6] A. R. Fauziah, F. F. Fatimah, and M. Chrisnatalia, "Mudik Is Easy On Maps," 2018.
- [7] A. K. Nisa and L. Muzdalifah, "Optimasi Waktu Tunggu Lalu Lintas Dengan Menggunakan Graf Kompatibel Sebagai Upaya Mengurangi Kemacetan," *MathVisioN*, vol. 3, no. 1, pp. 1–5, 2021.
- [8] D. P. K. Tuban, *Survey LHR (Lalu Lintas Harian Rata-Rata) Ruas Jalan di Kabupaten Tuban*. Tuban, 2020.
- [9] L. Yahya, N. Nurwan, and R. Resmawan, "Menentukan Waktu Optimal untuk Pembuatan Kerajinan Sulaman Karawo Menggunakan Aljabar Max-Plus," *Vygotsky J. Pendidik. Mat. dan Mat.*, vol. 4, no. 1, pp. 23–34, 2022.
- [10] A.-V. T. N. A. Pungkas, "Pemodelan durasi nyala lampu lalu lintas di persimpangan Dago Bandung menggunakan aljabar max-plus," 2021.
- [11] A. Wibowo, K. Wijayanti, and R. B. Veronica, "Penerapan aljabar max-plus pada pengaturan sistem antrian traffic light," *UNNES J. Math.*, vol. 7, no. 2, pp. 192–205, 2018.
- [12] M. N. P. Janu, "Modeling of three crossroad traffic flow queuing systems using max-plus algebra," *J. Sci. Sci. Educ.*, vol. 3, no. 1, pp. 13–18, 2019.
- [13] R. I. Pertiwi, "Model Petri Net Dari Antrian Klinik Kecantikan Serta Aplikasinya Pada Aljabar Maxplus," *MAP (Mathematics Appl. J.)*, vol. 2, no. 1, pp. 34–40, 2020.
- [14] K. Oktafianto, "Implementasi Aljabar Max-Plus pada Pemodelan dan Penjadwalan Keberangkatan Bus Kota Damri (Studi Kasus di Surabaya)," *Tugas Akhir Mat. ITS*, 2013.
- [15] M. A. Rudhito, *Aljabar max-plus dan penerapannya*. Sanata Dharma University Press, 2020.
- [16] I. Sugiarto, F. J. Permana, and P. Prawiranegara, "Pemodelan penjadwalan bis Damri di Bandung dengan menggunakan aljabar max-plus," 2019.
- [17] Y. Natalia, I. W. Sudarsana, and D. Lusiyanti, "Pemodelan Waktu tunggu Penumpang pada Jalur Angkutan Dalam

Kota Palu Menggunakan Aljabar Max-Plus,” *J. Ilm. Mat. dan Terap.*, vol. 16, no. 1, pp. 33–41, 2019.