Prosiding Seminar Nasional Penelitian dan Pengabdian Masyarakat
Vol. 9, No. 1 (2024), Hal. 226-231
e-ISSN : 2580-3921 – p-ISSN : 2580-3913

SIMULASI MODEL MATEMATIKA SEI-SEIRS PADA PENYEBARAN PENYAKIT MONKEYPOX

Ahmad Istianto[1*], Kresna Oktafianto[2], Eriska Fitri Kurniawati[3]

[1,2,3] Program Studi Matematika, Fakultas MIPA, Universitas PGRI Ronggolawe
[*]ahmadistianto00@gmail.com

ABSTRAK

Cacar monyet (*monkeypox*) adalah virus yang ditularkan ke manusia dari hewan dengan gejala yang mirip dengan penderita cacar pada masa lalu, meskipun secara klinis tidak terlalu parah. Mengingat pada masa lalu penyakit cacar merupakan salah satu penyakit paling mematikan, membunuh setidaknya 1 dari 3 orang terinfeksi bahkan seringkali lebih banyak dalam bentuk penyakit yang paling parah sehingga membunuh ratusan juta orang, maka kembalinya kasus cacar monyet ini harus segera diwaspadai. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui dinamika perkembangan cacar monyet dengan menggunakan model matematika epidemiologi *host-vector* berbentuk SEI-SEIRS. SEI merupakan populasi dari monyet dan SEIRS merupakan populasi dari manusia yang terdiri dari populasi rentan (*susceptible*) disimbolkan dengan S, populasi terpapar (*exposed*) disimbolkan dengan E, populasi terinfeksi (*infected*) disimbolkan dengan I, dan populasi sembuh (*recovery*) disimbolkan dengan R. Selanjutnya dilakukan simulasi numerik untuk mengetahui dinamika dari setiap populasi menggunakan metode runge-kutta orde 4. Hasil dari simulasi ini menunjukkan populasi monyet terpapar dan monyet terinfeksi mengalami kenaikan lalu penurunan dan stabil. Sedangkan populasi monyet rentan pengalami penuruan lalu stabil. Kemudian pada populasi manusia terpapar mengalami kenaikan lalu penurunan dan stabil. Populasi manusia terinfeksi dan sembuh mengalami kenaikan lalu stabil. Sedangkan populasi manusia rentan pengalami penuruan lalu stabil.

Kata Kunci: Cacar monyet; model SEI-SEIRS; pemodelan matematika; runge-kutta orde 4; simulasi numerik

PENDAHULUAN

Cacar monyet (*monkeypox*) adalah zoonosis virus (virus yang ditularkan ke manusia dari hewan) yang memiliki gejala seperti penderita cacar pada masa lalu, meskipun secara klinis tidak terlalu parah (Ness, 2024). Penularan virus ini lebih banyak terjadi di Afrika tengah dan barat terutama di daerah hutan hujan tropis (Latif dan Putri, 2023). Pada tahun 1967, pemerintah Indonesia telah mengikuti program *Global Smallpox Eradication Program* dengan target memberikan kekebalan penyakit cacar kepada 1/3 penduduk Indonesia dengan menyuntikkan vaksin cacar kepada masyarakat sehingga dapat mencegah infeksi cacar seumur hidup. Vaksin tersebut selain digunakan untuk pemberatasan cacar juga memberikan perlindungan terhadap cacar monyet. Selanjutnya pada 25 April 1974, badan kesehatan dunia (WHO) menyatakan Indonesia telah terbebas dari penyebaran cacar. Namun pada Oktober 2022 kasus cacar monyet kembali muncul di Indonesia dengan sekitar 16 orang diisolasi di rumah sakit karena positif mengidap cacar monyet. Mengingat pada masa lalu penyakit cacar merupakan salah satu penyakit paling mematikan, membunuh setidaknya 1 dari 3 orang terinfeksi bahkan seringkali lebih banyak dalam bentuk penyakit yang paling parah sehingga membunuh ratusan juta orang, maka kembalinya kasus cacar monyet ini harus segera diwaspadai (WHO, 2022).

Pemodelan matematika adalah salah satu bidang matematika yang menformulasikan pernyataan matematika untuk mempresentasikan dan menjelaskan masalah pada fenomena real (Caldwell & Ram, 2013). Pemodelan matematika penyebaran penyakit *monkeypox* oleh (Idisi dkk., 2023) mengkaji model matematika penyebaran penyakit *monkeypox* dengan memperhatikan efek *awareness* pada populasi manusia, (Wireko dkk., 2023) mengkaji model matematika penyebaran penyakit *monkeypox* dengan memperhatikan adanya individu yang dikarantina dan diisolasi pada model orde fraksional, (Okyere dan Ackora-Prah, 2023) menganalisis model matematika penyebaran *monkeypox* dengan orde fraksional Atangana-Baleanu, (Sweilam dkk., 2024) mengkaji model matematika penyebaran penyakit *monkeypox* dengan memperhatikan adanya masa inkubasi dan individu yang diisolasi pada model orde fraksional, (Musafir dkk., 2024) mengkaji penerapan kontrol optimal pada model matematika penyebaran *monkeypox* orde fraksional, dan (Elsonbaty dkk., 2024) menganalisis model matematika penyebaran *monkeypox* dengan vaksinasi yang tidak sempurna dan laju penularan berbentuk non linier.

Pemodelan epidemiologi SEI-SEIRS merupakan model *host-vector*, dengan SEI merupakan populasi dari *vector* yang terdiri dari populasi *vector* rentan (*susceptible*) disimbolkan dengan S, populasi *vector* terpapar (*exposed*) disimbolkan dengan E, dan populasi *vector* terinfeksi (*infected*) disimbolkan dengan I. Sedangkan SEIRS merupakan populasi dari *host* yang terdiri dari populasi *host* rentan (*susceptible*) disimbolkan dengan S, populasi *host* terpapar (*exposed*) disimbolkan dengan E, populasi *host* terinfeksi (*infected*) disimbolkan dengan I, dan populasi *host* sembuh (*recovery*) disimbolkan dengan R (Ihsan dkk., 2021). Selain itu perbedaan antara model SEIR dan SEIRS terletak pada kekebalan yang diperoleh dari individu yang sembuh dari penyakit, jika kekebalan bersifat permanen maka individu sembuh (R) tidak dapat terinfeksi ulang oleh penyakit sehingga disimbolkan dengan model SEIR sedangkan jika kekebalan bersifat sementara maka individu yang sembuh (R) dapat kembali menjadi individu rentan (S) dan tertular kembali oleh penyakit tersebut sehingga disimbolkan dengan model SEIRS (Syam dkk., 2021).

Berdasarkan uraian di atas, penulis tertarik untuk mengkaji model matematika penyebaran cacar monyet yang terdiri dari 7 populasi, yaitu populasi monyet rentan $S_m(t)$, populasi monyet terpapar $E_m(t)$, populasi monyet terinfeksi $I_m(t)$, populasi manusia rentan $S_h(t)$, populasi manusia terpapar $E_h(t)$, populasi manusia terinfeksi $I_h(t)$ dan populasi manusia sembuh $R_h(t)$.

METODE PENELITIAN

Dalam menyelesaikan persamaan diferensial, salah satu metode yang dapat digunakan adalah metode Runge-Kutta orde 4 (Side dkk., 2020). Metode ini memperkirakan solusi dari persamaan diferensial dengan membagi interval waktu yang melibatkan empat evaluasi fungsi. Berikut disajikan rumus metode Runge-Kutta orde 4 dalam menyelesaikan persamaan diferensial (Nisa dkk., 2024).

Misalkan diberikan persamaan diferensial $\frac{dy}{dt} = f(t, y)$ dengan kondisi awal $y(t_0) = y_0$.

1. Menentukan empat evaluasi fungsi sebagai berikut.
   - $k_1 = h \times f(t_n, y_n)$,
   - $k_2 = h \times f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_1}{2}\right)$,
   - $k_3 = h \times f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_2}{2}\right)$,
   - $k_4 = h \times f(t_n + h, y_n + k_3)$,

   dengan h adalah ukuran langkah, t_n adalah waktu saat ini, dan y_n adalah nilai saat ini.
2. Memperbarui nilai y menggunakan rumus
$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$
   dengan y_{n+1} adalah perkiraan solusi y pada $t_{n+1} = t_n + h$.

(Ludji dkk., 2023)

HASIL DAN PEMBAHASAN

Langkah awal dalam mengkontruksi model matematika penyebaran *monkeypox* adalah mendefinisikan beberapa asumsi sebagai berikut:

1) Semua parameter dalam model diasumsikan bernilai konstan.
2) Vektor penularan penyakit *monkeypox* tidak dapat pulih.
3) Masa inkubasi penularan pada manusia dan vektor diperhatikan.
4) Individu yang terinfeksi dapat meninggal akibat penyakit *monkeypox*.
5) Individu yang telah sembuh dapat terinfeksi kembali oleh virus *monkeypox*.

Selanjutnya akan didefinisikan variabel dan parameter dalam mengkontruksi model matematika penyebaran *monkeypox* yang disajikan pada Tabel 1 dan Tabel 2.

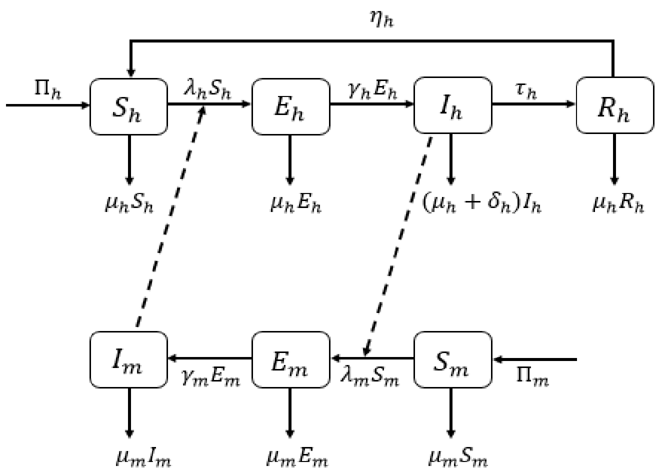
Tabel 1. Definisi Variabel pada Model SEI-SEIRS

Variabel	Definisi
S_m	Jumlah monyet yang rentan terpapar virus *monkeypox*
E_m	Jumlah monyet yang terpapar virus *monkeypox*
I_m	Jumlah monyet yang terinfeksi virus *monkeypox*
S_h	Jumlah individu yang rentan terpapar virus *monkeypox*
E_h	Jumlah individu yang terpapar virus *monkeypox*
I_h	Jumlah individu yang terinfeksi virus *monkeypox*
R_h	Jumlah individu yang sembuh dari infeksi virus *monkeypox*

Tabel 2. Definisi Parameter pada Model SEI-SEIRS

Parameter	Definisi
Π_m	Laju kelahiran monyet
Π_h	Laju kelahiran manusia
β_{hm}	Laju transmisi manusia terinfeksi menularkan virus ke monyet rentan
β_m	Laju transmisi monyet terinfeksi menularkan virus ke monyet rentan
β_{mh}	Laju transmisi monyet terinfeksi menularkan virus ke manusia rentan
β_h	Laju transmisi manusia terinfeksi menularkan virus ke manusia rentan
μ_m	Laju kematian alami monyet
μ_h	Laju kematian alami manusia
γ_m	Laju transisi monyet terpapar menjadi terinfeksi
γ_h	Laju transisi manusia terpapar menjadi terinfeksi
η_h	Laju manusia sembuh kehilangan imunitas
τ_h	Laju pemulihan manusia
δ_h	Laju kematian akibat *monkeypox* pada manusia terinfeksi

Berdasarkan pendefinisian asumsi, variabel, dan parameter yang telah dijelaskan pada sebelumnya dapat dibangun diagram model matematika penyebaran penyakit *monkeypox* berbentuk SEI-SEIRS pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram model matematika SEI-SEIRS pada penyebaran *monkeypox*

Selanjutnya merujuk pada [4], maka model matematika penyebaran penyakit *monkeypox* dapat disajikan dalam bentuk sistem persamaan diferensial sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
\frac{dS_m}{dt} &= \Pi_m - \lambda_m S_m - \mu_m S_m, \qquad (1)\\
\frac{dE_m}{dt} &= \lambda_m S_m - (\gamma_m + \mu_m)E_m,\\
\frac{dI_m}{dt} &= \gamma_m E_m - \mu_m I_m,\\
\frac{dS_h}{dt} &= \Pi_h + \eta_h R_h - \lambda_h S_h - \mu_h S_h,\\
\frac{dE_h}{dt} &= \lambda_h S_h - (\gamma_h + \mu_h)E_h,\\
\frac{dI_h}{dt} &= \gamma_h E_h - (\tau_h + \delta_h + \mu_h)I_h,\\
\frac{dR_h}{dt} &= \tau_h I_h - (\mu_h + \eta_h)R_h,
\end{aligned}
$$

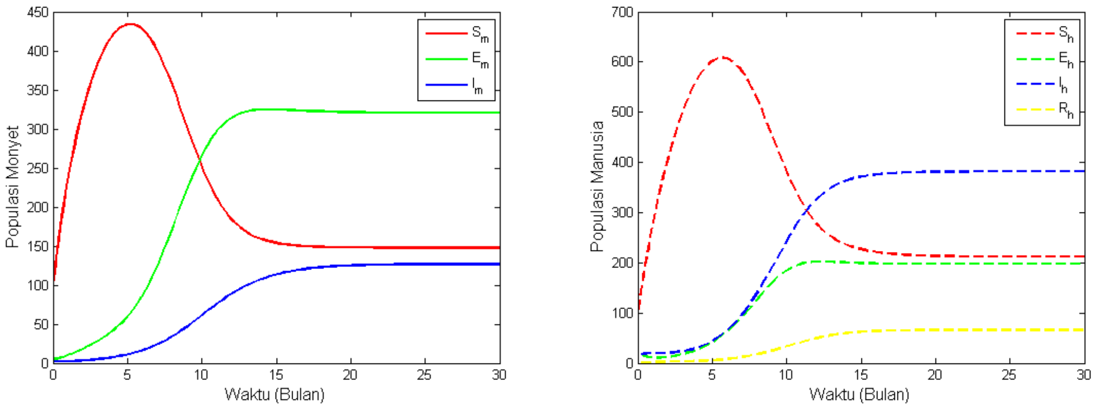
dengan $\lambda_m = \beta_{hm} I_h + \beta_m I_m$ dan $\lambda_h = \beta_{mh} I_m + \beta_h I_h$.

Selanjutnya akan dilakukan simulasi numerik pada model (1) menggunakan bantuan software metematika menggunakan metode runge-kutta orde 4 dengan nilai parameter pada Tabel 3.

Tabel 3. Nilai Parameter dalam Simulasi Numerik

Parameter	**Nilai**	**Parameter**	**Nilai**
Π_m	200	μ_h	0.240
Π_h	225	γ_m	0.133
β_{hm}	0.00263	γ_h	0.885
β_m	0.0001	η_h	0.736
β_{mh}	0.00377	τ_h	0.169
β_h	0.0015	δ_h	0.050
μ_m	0.336		

Hasil grafik masing-masing variabel pada model (1) dalam simulasi numerik disajikan dalam Gambar 2.



Gambar 2. Simulasi numerik model matematika penyebaran *monkeypox*

Berdasarkan grafik pada Gambar 2, populasi monyet rentan (kiri-merah) mengalami kenaikan dari awal pengamatan hingga bulan ke-5 selanjutnya menurun dan stabil. Populasi monyet terpapar (kiri-hijau) mengalami kenaikan dari awal pengamatan lalu stabil. Populasi monyet teringeksi (kiri-biru) mengalami kenaikan dari awal pengamatan lalu stabil. Sedangkan pada populasi manusia rentan (kanan-merah) mengalami kenaikan dari awal pengamatan hingga bulan ke-5 selanjutnya menurun dan stabil. Populasi manusia terpapar (kanan-hijau) mengalami kenaikan dari awal pengamatan lalu stabil. Populasi manusia terinfeksi (kanan-biru) mengalami kenaikan dari awal pengamatan lalu stabil. Populasi manusia sembuh (kanan-kuning) mengalami kenaikan dari awal pengamatan lalu stabil.

KESIMPULAN

Penyebaran cacar monyet dapat diformulasikan ke dalam pemodelan matematika. Salah satunya dalam bentuk model *host-vector* tipe SEI-SEIRS. Model tersebut disajikan dalam sistem persamaan diferensial sebagai berikut:

$$\frac{dS_m}{dt} = \Pi_m - \lambda_m S_m - \mu_m S_m,$$
$$\frac{dE_m}{dt} = \lambda_m S_m - (\gamma_m + \mu_m) E_m,$$
$$\frac{dI_m}{dt} = \gamma_m E_m - \mu_m I_m,$$
$$\frac{dS_h}{dt} = \Pi_h + \eta_h R_h - \lambda_h S_h - \mu_h S_h,$$
$$\frac{dE_h}{dt} = \lambda_h S_h - (\gamma_h + \mu_h) E_h,$$
$$\frac{dI_h}{dt} = \gamma_h E_h - (\tau_h + \delta_h + \mu_h) I_h,$$
$$\frac{dR_h}{dt} = \tau_h I_h - (\mu_h + \eta_h) R_h,$$

dengan $\lambda_m = \beta_{hm} I_h + \beta_m I_m$ dan $\lambda_h = \beta_{mh} I_m + \beta_h I_h$.
Selanjutnya berdasarkan hasil simulasi numerik, pada populasi monyet diperoleh kesimpulan populasi monyet rentan mengalami kenaikan lalu penurunan dan stabil. Sedangkan populasi monyet terpapar dan terinfeksi mengalami kenaikan lalu stabil. Kemudian pada populasi manusia diperoleh kesimpulan populasi manusia rentan mengalami kenaikan lalu penurunan dan stabil. Sedangkan manusia terpapar, terinfeksi, dan sembuh mengalami kenaikan lalu stabil.

DAFTAR PUSTAKA

Caldwell, J. & Ram, Y. M. (2013). Mathematical Modelling Concepts and Case Studies. Springer Science Business Media, B. V. Dordrecht.

Elsonbaty, A., Adel, W., Aldurayhim, A., & El-Mesady, A. (2024). Mathematical modeling and analysis of a novel monkeypox virus spread integrating imperfect vaccination and nonlinear incidence rates. Ain Shams Engineering Journal, 15(2024): 102451. https://doi.org/10.1016/j.asej.2023.102451

Idisi, O. I., Yusuf, T. T., Adeniyi, E., Onifade, A. A., Oyebo, Y. T., Samuel, A. T., & Kareem, L. A. (2023). A new compartementalized epidemic model to analytically study the impact of awareness on the control and mitigation of the monkeypox disease. Healthcare Analytics, 4(100267). https://doi.org/10.1016/j.health.2023.100267

Ihsan, H., Side, S., & Pagga, M. (2021). Pemodelan Matematika SEIRS pada Peneybaran Penyakit Malaria di Kabupaten Mimika. Journal of Mathematics, Computations, and Statistics, 4(1), 21-29. http://dx.doi.org/10.35580/jmathcos.v4i1.20446

Latif, I. & Putri, N. N. (2023). A-Z fakta-fakta kunci penyakit menular dan penyakit tidak menular versi WHO. Deepublish Digital. Yogyakarta.

Ludji, D. G., & Buan, F, C, H. (2023). Penerapan Metode Runge-Kutta Orde 4 pada Pemodelan Penularan Penyakit Cacar Monyet. Journal of Mathematics, Computations, and Statistics, 6(1), 1-9. http://dx.doi.org/10.32938/slk.v5i2.1981

Musafir, R. Q., Suryanto, A., Darti, I., & Trisilowati. (2024). Optimal control of a fractional-order monkeypox epidemic model with vaccination and rodents culling. Results in Control and Optimization, 14(100381). https://doi.org/10.1016/j.rico.2024.100381

Nisa, S., Irwan, Syata, I. (2024). Penerapan Metode Runge-Kutta Orde 4 Model Penyebaran Demam Berdarah Dengue di Kota Makassar. Al-Aqlu: Jurnal Matematika, Teknik dan Sains, 2(1), 52-61. http://dx.doi.org/10.59896/aqlu.v2i1.52

Ness, W. (2024). The Complete Guide to Monkeypox: Causes, Symptoms, Treatment & Prevention. Interactive Media Licensing.

Okyere, S. & Ackora-Prah, J. (2023). Modeling and analysis of monkeypox disease using fractional derivatives. Results in Engineering, 17(2023): 100786. https://doi.org/10.1016/j.rineng.2022.100786

Side, S., Pratama, M. I., Badwi, N., & Sanusi, W. (2020). Analysis and Simulation of SIRI Model for Dangue Fever Transmission. Indian Journal of Science and Technology, 13(03), 340-351. http://dx.doi.org/10.17485/ijst/2020/v13i03/147852

Sweilam, N. H., Mohammed, Z. N., & Kareem, W. S. A. (2024). Numerical approaches for solving complex order monkeypox mathematical model. Alexandria Engineering Journal, 90, 170-182. https://doi.org/10.1016/j.aej.2024.01.061

Syam, R., Side, S., & Said, C. S. (2021). Model SEIRS Peneybaran Penyakit Tuberkulosis di Kota Makassar. Journal of Mathematics, Computations, and Statistics, 3(1): 11. http://dx.doi.org/10.35580/jmathcos.v3i1.19180

WHO. (2022). History of smallpox vaccination. https://www.who.int/news-room/spotlight/history-of-vaccination/history-of-smallpox-vaccination, diakses 1 Januari 2024.

Wireko, F. A., Adu, I. K., Sebil, C., & Asamoah, J. K. K. (2023). A fractal-fractional order model for exploring the dynamics of Monkeypox disease. Decision Analytics Journal, 8(100300). https://doi.org/10.1016/j.dajour.2023.100300