



KUALITAS KONSTRUKSI BUKTI MATEMATIS: STUDI EKSPLORATIF PADA MATA KULIAH STRUKTUR ALJABAR

Isnarto

Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Semarang
Email: isnarto.math@mail.unnes.ac.id

Abstrak

Tulisan ini memaparkan hasil dari suatu kajian eksploratif terhadap kualitas konstruksi bukti mahasiswa dalam mata kuliah Struktur Aljabar. Metode penelitian yang digunakan adalah metode kualitatif dengan model *grounded theory* melalui 3 tahap yakni *open coding*, *selective coding* dan *theoretical coding*. Penelitian ini merupakan eksplorasi dari penelitian tahap pertama tentang keefektifan *guided discovery learning* pendekatan *Motivation to Reasoning and Proving (MRP) Tasks* dalam kelas Struktur Aljabar. Pada akhir perkuliahan, mahasiswa mendapatkan 4 soal untuk mengukur kemampuan konstruksi bukti. Pada tahap *open coding*, peneliti melakukan analisis pekerjaan mahasiswa terhadap keempat soal tersebut untuk menentukan kategori yang relevan. Dalam tahap *selective coding*, peneliti melakukan seleksi dan pendalaman terhadap temuan kategori melalui wawancara dengan responden yang diambil berdasarkan sampel teoritis. Dalam tahap *theoretical coding* ditemukan bahwa kualitas konstruksi bukti dapat ditentukan berdasarkan 6 kategori yakni langkah awal, alur pembuktian, konsep terkait, argumen, ekspresi kunci, dan bahasa pembuktian. Berdasarkan keenam kategori tersebut, jenjang kemampuan konstruksi bukti mahasiswa dapat dikelompokkan ke dalam tiga tingkat.

Kata kunci: *bukti matematis, konstruksi bukti, struktur aljabar*

I. PENDAHULUAN

Bukti merupakan esensi dari belajar matematika. Matematika tidak menerima kebenaran hanya berdasarkan pada peristiwa induktif. Generalisasi yang hanya berdasarkan pada contoh-contoh semata, bertentangan dengan penalaran deduktif di matematika. Berdasarkan sifat deduktif aksiomatis pada matematika, maka belajar matematika tidak lepas dari belajar pembuktian. Hanna (1995) mengatakan bahwa menuliskan suatu pembuktian matematis, akan membantu pemahaman siswa terhadap materi tersebut. Senada dengan pemikiran tersebut, Reid dalam Cyr (2013) menyatakan bahwa melatih siswa untuk menuliskan pembuktian matematis, akan mengembangkan penalaran deduktif.

Berbagai penelitian menunjukkan bahwa menyusun (mengkonstruksi) dan memahami bukti merupakan kegiatan yang sulit. Penelitian Indonesia Mathematics and Science Teacher Education Project (IMSTEP) di Bandung pada tahun 1999 menyimpulkan bahwa kegiatan bermatematika yang dipandang sulit oleh siswa untuk mempelajarinya dan oleh guru untuk mengajarkannya antara lain adalah jastifikasi atau pembuktian (Suryadi: 2007). Houdebine dalam Cyr (2013) menyatakan bahwa menulis bukti merupakan kegiatan yang paling kompleks dan menyulitkan siswa. Hal tersebut disebabkan oleh kesulitan siswa dalam memahami struktur dasar dalam penalaran deduktif. Ketika siswa menulis bukti, mereka seringkali mengalami kesalahan dalam mengurutkan langkah-langkah argumentatif.

Kajian yang dilakukan oleh Moore (dalam Spronsen, 2008) melaporkan bahwa kesulitan mahasiswa dalam menyusun bukti disebabkan oleh (1) mahasiswa tidak memahami dan tidak dapat menyatakan definisi, (2) mahasiswa mempunyai

keterbatasan intuisi yang terkait dengan konsep, (3) gambaran konsep yang dimiliki oleh mahasiswa tidak memadai untuk menyusun suatu pembuktian, (4) mahasiswa tidak mampu, atau tidak mempunyai kemauan membangun suatu contoh sendiri untuk memperjelas pembuktian, (5) mahasiswa tidak tahu bagaimana memanfaatkan definisi untuk menyusun bukti lengkap, (6) mahasiswa tidak memahami penggunaan bahasa dan notasi matematis, dan (7) mahasiswa tidak tahu cara mengawali pembuktian.

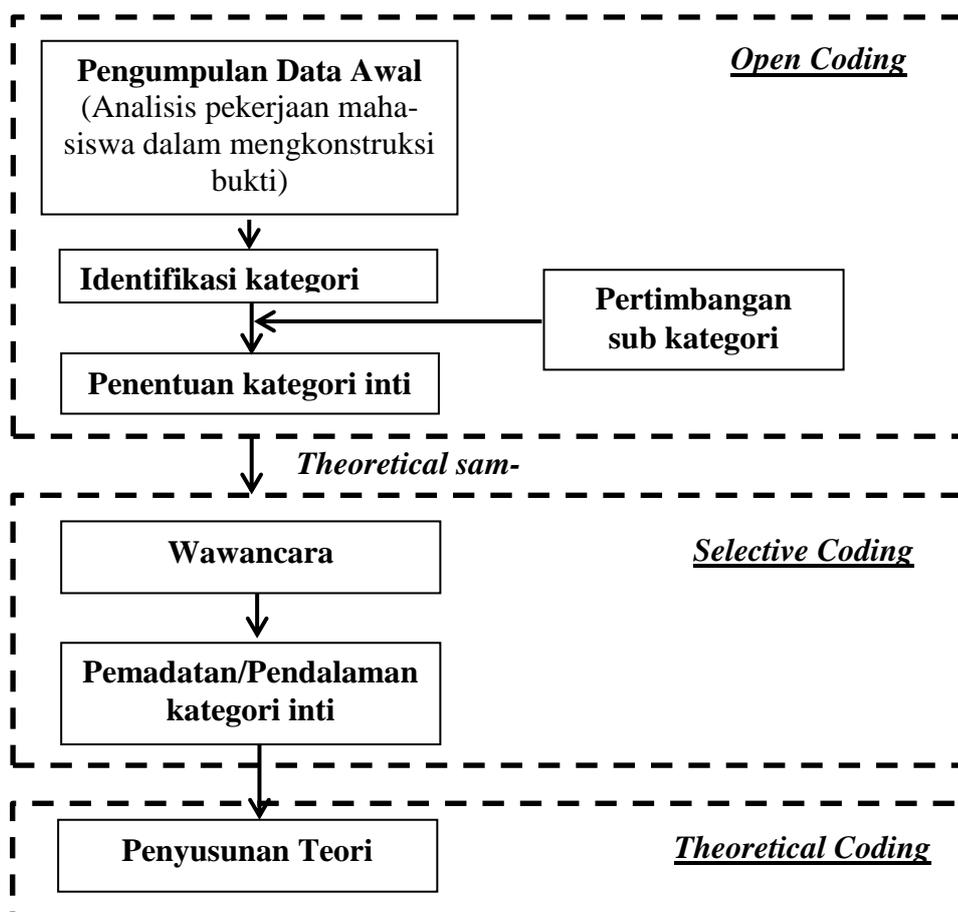
Ditinjau dari sisi lain, dosen perlu mencermati tingkat kematangan mahasiswa dalam mempelajari pembuktian matematis. Moursund (2007) menyatakan bahwa dalam pendidikan tinggi, komponen dominan dalam kematangan bermatematika adalah kemampuan pembuktian, berpikir logis, kritis, kreatif dan penalaran yang terkait dalam memahami dan melakukan pembuktian. Fokus dari kematangan matematika adalah kemampuan membaca dan menulis materi matematika serta kemampuan untuk belajar matematika menggunakan berbagai sumber daya yang tersedia. Dosen perlu mengupayakan terciptanya kondisi yang mendukung agar mahasiswa mendapatkan pengalaman belajar yang secara sistematis mengarahkan ke tingkat kematangan yang lebih tinggi.

Penelitian Schwarz dan Kaiser (2009) menunjukkan bahwa mayoritas mahasiswa calon guru di Jerman tidak dapat menyusun secara tuntas pembuktian formal untuk materi matematika sekolah menengah. Schwarz dan Kaiser merekomendasikan adanya suatu tindakan terprogram bagi mahasiswa calon guru matematika untuk memastikan bahwa pada saatnya menjadi guru, mereka dapat mengajarkan bukti matematis dengan baik. Pengalaman belajar pembuktian pada saat menjadi mahasiswa, akan menjadikan mereka lebih siap dalam mengajarkan pembuktian matematis kepada siswa-siswanya.

Berdasarkan uraian di atas, perlu upaya yang sungguh-sungguh untuk mempersiapkan mahasiswa calon guru agar mereka dapat mengajarkan bukti matematis dengan baik pada saat menjalankan tugas di lapangan. Salah satu upaya yang dapat dilakukan adalah memberikan pemahaman kepada mahasiswa tentang kualitas dari konstruksi bukti matematis. Upaya tersebut dapat dilakukan melalui perkuliahan Struktur Aljabar, yang merupakan mata kuliah dengan penekanan pada penalaran dan pembuktian matematis.

II. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan metode *grounded theory* melalui tiga tahap yakni *open coding*, *selective coding* dan *theoretical coding*. Merujuk pada Jones (2011), tahap-tahap penelitian dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 1
Skema Penelitian

Subjek penelitian adalah mahasiswa peserta mata kuliah Struktur Aljabar Tahun Akademik 2012/2013 di Jurusan Matematika Universitas Negeri Semarang terdiri dari 41 mahasiswa. Untuk mendapatkan gambaran kemampuan konstruksi bukti secara keseluruhan, mahasiswa dipilah ke dalam tiga level kelompok kemampuan (tinggi, sedang, rendah). Level kemampuan ditentukan berdasarkan hasil tes akhir pembelajaran. Sampel teoritis diambil 6 mahasiswa terdiri dari 2 mahasiswa kelompok tinggi, 2 mahasiswa kelompok sedang dan 2 mahasiswa kelompok rendah.

Instrumen dalam penelitian terdiri dari peneliti sebagai instrumen utama, dilengkapi dengan tes konstruksi bukti dan pedoman wawancara. Untuk mendapatkan tes konstruksi yang baik, peneliti melakukan uji coba tes pada mahasiswa peserta mata kuliah Struktur Aljabar di luar kelas penelitian. Hasil uji coba disajikan pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1
Hasil Ujicoba Tes Konstruksi Bukti

Nomor Soal	1	2	3	4
Nilai validitas	0,325	0,369	0,527	0,610
Kriteria*	Valid	Valid	Valid	Valid
Daya Pembeda	0,50	0,35	0,45	0,25
Kriteria*	Baik	Cukup	Baik	Cukup
Tingkat Kesukaran	0,55	0,83	0,23	0,13
Kriteria*	Sedang	Mudah	Sukar	Sukar
Reliabilitas	0,731			
Kriteria*	Tinggi			

* Kriteria validitas, tingkat kesukaran dan daya pembeda merujuk pada Arikunto (2012). Kriteria reliabilitas merujuk pada Russefendi (2010)

Berdasarkan hasil uji coba, keempat soal konstruksi bukti telah memenuhi syarat sebagai instrumen yang baik. Selanjutnya, keempat soal tersebut diujikan di kelas penelitian dengan mahasiswa sebanyak 41 orang.

III. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

a) Hasil Penelitian

Kelas Struktur Aljabar dengan *guided discovery learning* pendekatan *MRP tasks* diikuti oleh 41 mahasiswa. Untuk mendapatkan gambaran tentang kemampuan konstruksi bukti, dalam tahap *open coding*, peneliti melakukan analisis pekerjaan semua mahasiswa dalam kelas penelitian. Temuan berdasarkan analisis pekerjaan mahasiswa menunjukkan bahwa kemampuan mengkonstruksi pembuktian setiap mahasiswa tidaklah sama atau seragam. Untuk mengetahui gambaran kemampuan konstruksi bukti, dalam tahapan *open coding* ini peneliti melakukan analisis untuk mendapatkan jawaban mengenai hal-hal sebagai berikut:

- 1) Apakah langkah awal yang dituliskan mengarah ke konstruksi bukti yang tepat?
- 2) Strategi pembuktian manakah yang dipilih? Apakah strategi langsung, tidak langsung, contoh penyangkal atau strategi yang lain? Bagaimanakah penggunaan strategi pembuktian yang dipilih?
- 3) Seberapa tinggi tingkat pemahaman terhadap asumsi atau hal-hal yang diketahui dalam soal, serta sejauh mana kecermatan mahasiswa dalam memanfaatkan asumsi tersebut?
- 4) Seberapa tinggi keakuratan mahasiswa dalam menyusun atau menuliskan argumen? Apakah argumen yang disampaikan valid dan bermakna dalam jangkauan pemahaman komunitas kelas?
- 5) Bagaimanakah gambaran alur berpikir (proses) dalam keseluruhan pekerjaan? Apakah alur berpikir tergambar dengan runtut atau terdapat lompatan logika?
- 6) Seberapa banyak ekspresi (kata/frase) kunci yang muncul dalam pembuktian?
- 7) Apakah notasi, istilah dan simbol matematik digunakan secara tepat?

- 8) Bagaimanakah tingkat penguasaan dan pemanfaatan konsep-konsep terkait yang diperlukan dalam mengkonstruksi bukti?
- 9) Apakah bahasa pembuktian yang digunakan menggunakan kalimat atau ekspresi yang tepat dan bermakna dalam jangkauan komunitas kelas?

Untuk mengkaji lebih lanjut, dalam rangka mendapatkan kategori inti dalam *grounded theory*, peneliti melakukan telaah lebih mendalam dari temuan awal, untuk mengetahui tingkat keberagaman kualitas pekerjaan mahasiswa. Peneliti mendalami temuan awal dengan mengkaji contoh-contoh spesifik pekerjaan mahasiswa yang menunjukkan keberagaman tingkat kesalahan.

Kategori merupakan fokus pendalaman sebagai dasar penyusunan konjektur yang akan dikembangkan. Kategori ini disusun berdasarkan temuan yang diperoleh pada tahap *open coding*. Dalam tahap *selective coding*, peneliti melakukan penentuan dan pendalaman terhadap kategori inti yang diperoleh dalam tahap *open coding*. Uraian pada tahap *open coding* menunjukkan keberagaman kualitas pekerjaan mahasiswa sesuai dengan tingkat kesalahan yang dilakukan. Secara ringkas, persentase kesalahan mahasiswa dari konstruksi bukti terhadap empat butir soal dapat disajikan pada Tabel 2 berikut.

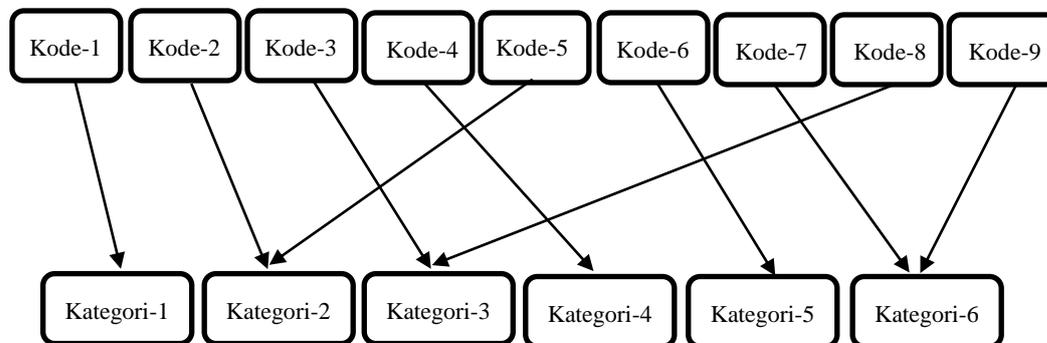
Tabel 2
Persentase Temuan Kesalahan Konstruksi Bukti

No	Aspek Analisis	Temuan Kesalahan (%)			
		Nomor Soal			
		1	2	3	4
1	Langkah (ide) awal pada saat memulai mengkonstruksi bukti.	29,27	48,78	21,95	63,41
2	Strategi pembuktian yang digunakan.	39,02	39,02	29,27	68,29
3	Pemahaman dan kecermatan dalam memanfaatkan asumsi atau hal yang sudah diketahui.	34,15	46,34	41,46	75,61
4	Ketepatan menyusun argumen.	43,90	58,54	48,78	68,29
5	Alur berpikir (proses) dalam keseluruhan pekerjaan.	43,90	53,66	43,90	75,61
6	Ekspresi (kata/frase) kunci yang muncul dan mendukung konstruksi bukti.	41,46	43,90	48,78	68,29
7	Penggunaan notasi, istilah atau simbol matematik.	34,15	58,54	11,20	41,46
8	Penguasaan dan pemanfaatan konsep-konsep atau prinsip yang relevan.	43,90	58,54	48,78	73,17
9	Penggunaan bahasa pembuktian.	31,71	51,22	41,46	75,61

Dari analisis 9 kode pada tahap *open coding* menunjukkan adanya beberapa kode yang saling terkait dan mengarah pada satu kategori. Strategi pembuktian pada Kode-2, berkaitan langsung dengan alur berpikir (proses) pembuktian pada Kode-5, sehingga dapat dipandang sebagai satu kategori yakni alur pembuktian. Pemahaman dan kecermatan dalam memanfaatkan asumsi atau hal yang sudah diketahui pada Kode-3, berkaitan langsung dengan penguasaan dan pemanfaatan konsep-konsep atau prinsip yang relevan pada Kode-8, sehingga dapat dipandang sebagai satu kategori yakni konsep terkait. Penggunaan notasi, istilah dan simbol matematik pada Kode-7, berkaitan

langsung dengan penggunaan bahasa pembuktian pada Kode-9, sehingga dapat dipandang sebagai satu kategori yakni bahasa pembuktian. Kode yang lain masing-masing merupakan satu kategori yang perlu dikaji dan diperdalam lebih lanjut.

Secara skematis, pembentukan kategori inti dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 2
Skema Pembentukan Kategori

Keterangan:

Kategori-1 : Langkah awal

Kategori-2 : Alur pembuktian

Kategori-3 : Konsep Terkait

Kategori-4 : Argumen

Kategori-5 : Ekspresi Kunci

Kategori-6 : Bahasa Pembuktian

Untuk membangun suatu konjektur yang kuat, kategori penelitian yang telah ditetapkan memerlukan kajian mendalam melalui triangulasi data. Dalam kerangka tersebut, peneliti melakukan triangulasi melalui analisis pekerjaan konstruksi bukti yang dituliskan oleh mahasiswa dan wawancara dengan responden sesuai dengan jenjang kemampuan konstruksi bukti yang telah ditetapkan. Wawancara antara peneliti dengan masing-masing responden ditujukan untuk mengungkap pendapat mahasiswa terhadap pekerjaan yang telah dituliskan, terkait dengan keenam kategori yang telah ditetapkan.

Untuk mendapatkan gambaran menyeluruh mengenai kemampuan konstruksi bukti perlu pendalaman kajian kategori inti untuk berbagai tingkat kemampuan mahasiswa. Berdasarkan hal tersebut, perlu dilakukan kajian kategori inti pada 3 level kemampuan mahasiswa dalam mengkonstruksi bukti yakni level tinggi, sedang dan rendah. Kriteria penentuan level didasarkan pada capaian nilai mahasiswa pada 4 soal konstruksi bukti. Gambaran mengenai capaian nilai mahasiswa pada keempat soal tersebut dapat disajikan pada Tabel 3 berikut.

Tabel 3
Hasil Tes Kemampuan Konstruksi Bukti

Rincian	Data
Banyak soal	4
Banyak Mahasiswa	41
Nilai Terendah	20
Nilai Tertinggi	100
Nilai rata-rata (\bar{x})	61,46
Standar Deviasi (SD)	23,760

Berdasarkan capaian nilai tersebut, mahasiswa dipilah menjadi tiga kelompok kemampuan. Merujuk pada Arikunto (2012) pemilahan kelompok menggunakan aturan:

- 1) Kelompok rendah dengan nilai kurang dari atau sama dengan $\bar{x} - SD$,
- 2) Kelompok sedang dengan nilai lebih dari $\bar{x} - SD$ kurang dari atau sama dengan $\bar{x} + SD$, dan
- 3) Kelompok tinggi dengan nilai lebih dari $\bar{x} + SD$.

Hasil pengelompokan disajikan pada Tabel 4 berikut.

Tabel 4
Hasil Pemilahan Kelompok Kemampuan Konstruksi Bukti

Kelompok	Batasan Nilai (x)	Banyak Mahasiswa
Rendah	$x \leq 37,70$	10
Sedang	$37,70 < x \leq 85,22$	25
Tinggi	$x > 85,22$	6

Selanjutnya dari masing-masing kelompok kemampuan, dipilih 2 mahasiswa sebagai responden penelitian, dengan pemilihan sampel mempertimbangkan jarak nilai antar kelompok untuk ‘memaksimalkan’ informasi yang berbeda. Wawancara dilakukan oleh peneliti dengan keenam mahasiswa terpilih untuk melakukan pendalaman terhadap kategori yang telah ditemukan. Dalam setiap wawancara, peneliti menayangkan pekerjaan mahasiswa pada layar *liquid crystal display* (LCD) dan melakukan perekaman menggunakan dua alat yakni *audio visual recording* dan *audio recording*. Menggunakan metode semi terstruktur, peneliti sebagai pewawancara menyiapkan panduan wawancara dan mengembangkan tanya jawab sesuai dengan tanggapan responden dan temuan pada saat wawancara.

Dalam tahap *theoretical coding* peneliti melakukan analisis kategori inti. Berdasarkan jenjang kemampuan konstruksi bukti pada 6 mahasiswa yang terpilih sebagai responden. Analisis dilakukan berdasarkan pada pekerjaan tekstual mahasiswa dan wawancara antara peneliti dengan responden.

Berdasarkan kajian melalui langkah *open coding*, *selective coding* dan *theoretical coding* dapat disimpulkan bahwa keberagaman kualitas konstruksi bukti matematis dapat ditentukan berdasarkan 6 kategori yakni (1) Langkah awal, (2) Alur pembuktian, (3) Konsep terkait, (4) Argumen, (5) Ekspresi kunci, dan (6) Bahasa pembuktian.

b) Pembahasan

Hasil penelitian menunjukkan bahwa kualitas konstruksi bukti mahasiswa pada mata kuliah Struktur Aljabar dapat ditentukan berdasarkan enam kategori yakni langkah awal, alur pembuktian konsep terkait, argumen, ekspresi kunci, dan bahasa pembuktian. Untuk mendalami temuan tersebut, peneliti melakukan eksplorasi lebih mendalam untuk menentukan penjenjangan kemampuan mahasiswa dalam mengkonstruksi bukti. Kemampuan konstruksi bukti untuk jenjang kemampuan yang berbeda dapat digambarkan sebagai berikut:

1. Penjenjangan Berdasarkan Kemampuan Penentuan Langkah Awal Pembuktian

Mahasiswa dengan kemampuan konstruksi bukti level tinggi memiliki ciri-ciri (1) Mampu mengidentifikasi asumsi atau hal yang diketahui dalam pernyataan yang akan dibuktikan dan memanfaatkan dengan tepat sebagai modal dalam menentukan langkah awal, dan (2) Mampu menjabarkan asumsi atau hal yang diketahui dalam pernyataan yang akan dibuktikan ke dalam bentuk operasional dalam langkah awal pembuktian.

Mahasiswa dengan kemampuan konstruksi bukti level sedang memiliki ciri-ciri (1) Memiliki kelemahan dalam mengidentifikasi asumsi atau hal yang diketahui dalam pernyataan yang akan dibuktikan sehingga menentukan langkah yang kurang tepat, dan (2) Mengalami kekurangtepatan dalam menjabarkan asumsi atau hal yang diketahui dalam pernyataan yang akan dibuktikan ke dalam bentuk operasional dalam langkah awal pembuktian.

Mahasiswa dengan kemampuan konstruksi bukti level rendah memiliki ciri tidak mampu mengidentifikasi asumsi atau hal yang diketahui dalam pernyataan yang akan dibuktikan sehingga mengalami kesalahan atau ketidakmampuan menentukan langkah awal.

2. Penjenjangan Berdasarkan Kemampuan Menyusun Alur Pembuktian

Mahasiswa dengan kemampuan konstruksi bukti level tinggi memiliki ciri-ciri (1) Menggunakan strategi pembuktian yang jelas, dan (2) Konstruksi bukti yang disusun mencerminkan alur berpikir yang runtut, sesuai dengan strategi pembuktian yang digunakan.

Mahasiswa dengan kemampuan konstruksi bukti level sedang memiliki ciri-ciri (1) Pembuktian yang digunakan tidak secara jelas pada satu tipe strategi pembuktian, dan (2) Alur berpikir yang kurang runtut pada keseluruhan pembuktian.

Mahasiswa dengan kemampuan konstruksi bukti level rendah memiliki ciri-ciri (1) Mengalami kesalahan atau ketidakmampuan dalam memilih strategi pembuktian, dan (2) Alur berpikir yang tidak runtut, ditandai dengan terdapatnya lompatan logika.

3. Penjenjangan Berdasarkan Kemampuan terhadap Penguasaan Konsep Terkait

Mahasiswa dengan kemampuan konstruksi bukti level tinggi memiliki ciri-ciri (1) Memahami semua konsep terkait yang diperlukan dalam konstruksi bukti secara utuh, dan (2) Mampu memanfaatkan konsep terkait dengan baik ditandai dengan pemanfaatannya secara tepat pada proses pembuktian.

Mahasiswa dengan kemampuan konstruksi bukti level sedang memiliki ciri-ciri (1) Menguasai sebagian konsep terkait yang diperlukan dalam konstruksi bukti, tetapi sebagian konsep lain yang diperlukan tidak dikuasai, dan (2) Ketidakakuratan dalam memanfaatkan konsep terkait dalam mengkonstruksi bukti.

Mahasiswa dengan kemampuan konstruksi bukti level rendah memiliki ciri-ciri tidak menguasai konsep-konsep apa saja yang diperlukan dalam konstruksi bukti.

4. Penjenjangan berdasarkan kemampuan mengemukakan argumen

Mahasiswa dengan kemampuan konstruksi bukti level tinggi memiliki ciri-ciri (1) Mampu menyusun argumen dengan tepat, (2) Argumen yang tepat dituliskan pada hal-hal yang perlu penjelasan.

Mahasiswa dengan kemampuan konstruksi bukti level sedang memiliki ciri-ciri (1) Terdapat argumen dengan tingkat akurasi yang rendah, dan (2) Menuliskan suatu pernyataan tanpa didukung argumen yang kuat.

Mahasiswa dengan kemampuan konstruksi bukti level rendah memiliki ciri-ciri (1) Tidak mampu menyampaikan/menuliskan argumen pada pernyataan yang seharusnya memerlukan argumen, dan (2) Salah dalam menyampaikan/menuliskan argumen yang diperlukan dalam konstruksi bukti.

5. Penjenjangan Berdasarkan Kemampuan Memunculkan Ekspresi Kunci

Mahasiswa dengan kemampuan konstruksi bukti level tinggi memiliki ciri-ciri (1) Semua ekspresi kunci muncul dalam pembuktian, dan (2) Semua ekspresi kunci dituliskan dengan tepat.

Mahasiswa dengan kemampuan konstruksi bukti level sedang memiliki ciri-ciri (1) Ekspresi kunci yang muncul dalam pembuktian tidak mencakup secara keseluruhan, dan (2) Terdapat ekspresi kunci yang muncul, tetapi tidak dinyatakan dengan tepat.

Mahasiswa dengan kemampuan konstruksi bukti level rendah memiliki ciri-ciri (1) Tidak terdapat ekspresi kunci yang muncul dalam pembuktian, dan (2) Ekspresi kunci yang dimunculkan tidak mendukung konstruksi bukti.

6. Penjenjangan Berdasarkan Kemampuan Menyusun Bahasa Pembuktian

Mahasiswa dengan kemampuan konstruksi bukti level tinggi memiliki ciri-ciri (1) Menggunakan bahasa pembuktian yang bermakna dalam jangkauan komunitas kelas, (2) Notasi, simbol dan istilah matematik yang digunakan dalam pembuktian, dituliskan dengan tepat.

Mahasiswa dengan kemampuan konstruksi bukti level sedang memiliki ciri-ciri (1) Bahasa pembuktian, baik berupa kalimat atau ekspresi matematis yang digunakan tidak mempunyai makna yang jelas dalam jangkauan komunitas kelas, dan (2) Terdapat kesalahan dalam sebagian penulisan notasi, simbol atau istilah matematik yang digunakan dalam pembuktian.

Mahasiswa dengan kemampuan konstruksi bukti level rendah memiliki ciri-ciri (1) Bahasa pembuktian yang digunakan tidak mempunyai makna atau menimbulkan ambiguitas dalam jangkauan komunitas kelas, dan (2) Terjadi kesalahan dalam sebagian besar penulisan notasi, simbol atau istilah matematik yang digunakan dalam pembuktian.

IV. KESIMPULAN

Berdasarkan analisis data dan pendalaman terhadap temuan penelitian, diperoleh kesimpulan bahwa kualitas konstruksi bukti matematis dapat ditentukan berdasarkan 6 kategori yakni (1) Langkah Awal, (2) Alur Pembuktian, (3) Konsep Terkait, (4) Argumen, (5) Ekspresi Kunci, dan (6) Bahasa Pembuktian. Oleh karena itu, hendaknya dosen menekankan kesadaran pada mahasiswa mengenai pentingnya

enam kategori tersebut dalam mengkonstruksi bukti. Penekanan tersebut dapat dilakukan dengan cara sebagai berikut:

- a) Menjadikan enam kategori tersebut sebagai pedoman dalam proses mengkonstruksi bukti,
- b) Mengajak mahasiswa untuk menelaah apakah suatu konstruksi bukti telah memenuhi keenam kategori tersebut,
- c) Menjadikan keenam kategori tersebut sebagai alat untuk melakukan refleksi terhadap konstruksi bukti yang telah disusun.

V. DAFTAR PUSTAKA

- Arikunto, S. (2012). *Dasar-dasar Evaluasi Pendidikan (Edisi 2)*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Cyr, Stephane. (2013). *Development of Beginning Skills in Proving and Proof-Writing by Elementary School Students*. Tersedia di: www.cerme7.univ.rzeszow.pl/WG/1/Cerme7_WG1_Cyr.pdf [Diakses tanggal: 31 Januari 2013]
- Hanna, Gila, et al. (2010). *Explanation and Proof in Mathematics*. New York: Springer.
- Jones, Michael and Alony, Irit (2011). *Guiding the Use of Grounded Theory in Doctoral Studies*. International Journal of Doctoral Studies, 6 (N/A), 95-114.
- Moursund, Dave (2007). *Computational Thinking and Math Maturity*. University of Oregon, Eugene, Oregon 97403
- Ruseffendi, E.T. (2010). *Dasar-Dasar Penelitian Pendidikan & Bidang Non-Eksakta Lainnya*. Bandung: Tarsito.
- Schwarz, Björn & Kaiser, Gabriele (2009). *Professional Competence of Future Mathematics Teachers on Argumentation and Proof and How to Evaluate It*. Proceedings of the ICMI Study 19 Conference: Proof and Proving in Mathematics Education
- Spronsen, Hillary Dee Van (2008). *Proof Processes of Novice Mathematics Proof Writers*. Dissertation of Doctor of Philosophy in Mathematics Education The University of Montana Missoula, MT
- Suryadi, Didi (2007). *Model Bahan Ajar Dan Kerangka Kerja Pedagogi Matematika Untuk Menumbuhkembangkan Kemampuan Berpikir Matematik Tingkat Tinggi*. Laporan Penelitian: Tersedia di: <http://didi-suryadi.staf.upi.edu/artikel/>
- Takac, Zdenko (2009). *Influence of MRP Tasks On Students' Willingness To Reasoning And Proving*. Proceedings of the ICMI Study 19 conference: Proof and Proving in Mathematics Education