ANALISA DATA IKLIM BOYOLALI DENGAN REGRESI KLASIK DAN METODE GSTAR

H.A Parhusip[1)] dan Winarso, M.E[2)]
Pusat Penelitian SIMITRO
[1)]Staff Matematika –Fakultas Sains dan Matematika
[2)]Staff Fakultas Teknik Informatika
Universitas Kristen Satya Wacana

[1)]hannaariniparhusip@yahoo.co.id

Abstrak

Beberapa aspek iklim di Boyolali dianalisa pada makalah ini secara multivariat. Aspek-aspek tersebut adalah curah hujan, tekanan udara , kelembaban dan produksi padi pada kurun waktu tertentu.

Data terlebih dahulu diuji distibusinya kemuduan dilakukan analisa menggunakan regresi multivariat. Beberapa data yang tidak berdistribusi normal ditransformasi kemudian dilakukan analisa dengan cara yang sama. Analisa regresi yang digunakan merupakan regresi klasik (hubungan linear antara variabel bebas dan takbebas dan juga autoregresi karena data merupakan data runtun waktu. Setelah itu digunakan juga metode GSTAR karena data juga tergantung lokasi dan waktu.

Kata kunci: *regresi, pendekatan kuadrat terkecil, autoregresi, GSTAR*

I. PENDAHULUAN

Berbagai upaya harus dilakukan untuk menjamin keberlanjutan ketahanan pangan. Salah satu upaya yang dilakukan adalah dengan menyediakan kebutuhan akses informasi yang diperlukan dalam perencanaan usaha tani meliputi pengetahuan ZA (Zona Agroekologi) yang meliputi komponen iklim, fisiografi atau bentuk wilayah, dan tanah. Penetapan ZA bertujuan untuk menetapkan komoditas potensial berskala ekonomi agar sistem usaha tani dapat berkembang.. Informasi ini dapat digunakan secara optimal untuk beberapa tujuan yaitu (1) penentuan komoditas unggulan suatu wilayah, (2) penentuan potensi dan kesesuaian lahan wilayah dan (3) klasifikasi lahan kritis dan potensi kesesuaiannya.

Sebagai upaya untuk memperkuat ketahanan dan keamanan pangan lokal maka dilakukan identifikasi, klasifikasi dan pemanfaatan secara optimal lahan kritis diantaranya adalah (1) budidaya komoditas sesuai dengan potensi lahan misalnya pengembangan teknologi konservasi tanah, perbenihan.

Ditinjau dari sistem, belum banyak penelitian pengembangan metode analisis dan komputasi sesuai dengan kebutuhan masyarakat dalam tingkat lokal dan regional. Kesesuaian dan keselarasan kegiatan penelitian ini adalah pemanfaatan ilmu pengetahuan dan teknologi pemodelan *GSTAR* untuk merepresentasikan informasi berbasis peta distribusi lahan kritis dan indikator biogeofisik yang berkaitan.

Untuk itulah penelitian pada makalah ini akan menjelaskan metode GSTAR dalam memberikan informasi yang berkaitan dengan ZA khususnya kondisi iklim di wilayah Boyolali yang merupakan daerah dengan lahan kritis terbesar di Jawa Tengah. Ka-

rena GSTAR merupakan metode yang melandaskan teorinya pada regresi linear maka makalah ini dimulai dengan regresi klasik pada Bagian awal.

II. METODE PENELITIAN

(a) Regresi klasik

Pada penelitian ini data yang diperoleh oleh dari Komando TNI Angkatan Udara Pangkalan TNI AU Adi Soemarmo yaitu data iklim daerah Surakarta-Boyolali tahun 2000-2009. Pada makalah ini variabel yang digunakan

Y : Rata-rata curah hujan tahun 2000-2009

X_1 :Rata-rata suhu udara tahun 2000-2009

X_2 : Rata-rata kelembaban udara tahun 2000-2009

Pada kasus ini akan dibahas hubungan linier antara suhu dan kelembaban udara terhadap curah hujan sebagai variabel tak bebas. Diasumsikan bahwa model regresi linier dari data dengan curah hujan sebagai variabel tak bebas Y adalah

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon \tag{1}$$

Dalam notasi matriks -vektor , persamaan (1) menjadi

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} \\ 1 & x_{21} & x_{22} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

ditulis

$$Y_{nx1} = Z_{(n\,x\,(2+1))}\beta_{((2+1)\,x1)} + \boldsymbol{\varepsilon}_{nx1} \tag{2}$$

Matriks $Z_{(n\,x(2+1))}$ pada kolom pertama adalah 1 dan kolom ke-2 dan ke-3 adalah vektor-vektor x_1, x_2. Parameter regresi yaitu vektor $\beta_{((2+1)\,x1)} = [\beta_0 \quad \beta_1 \quad \beta_2]^T$ diperoleh dengan *least square* yaitu meminimumkan

$$R(\vec{\beta}) = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \sum_{j=1}^{2} (\beta_0 + \beta_j x_{ij}) \right)^2 .$$

Dalam notasi vektor matriks ditulis

$$\left\| \vec{y} - Z\vec{\beta} \right\|^2 = (\vec{y} - Z\vec{\beta}) \cdot (\vec{y} - Z\vec{\beta}) = \vec{y} \cdot \vec{y} - 2\vec{y} \cdot Z\vec{\beta} + Z\vec{\beta} \cdot Z\vec{\beta} .$$

Diturunkan terhadap masing-masing variabel yaitu $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ ditulis sebagai vektor dan disamadengankan 0 yaitu

$$\nabla R = \left(\frac{\partial R}{\partial \beta_0}, \ldots, \frac{\partial R}{\partial \beta_p} \right)^T = \nabla(\vec{y} \cdot \vec{y} - 2\vec{y} \cdot Z\vec{\beta} + Z\vec{\beta} \cdot Z\vec{\beta}) = -2Z^T\vec{y} + 2Z^T Z\vec{\beta} = \vec{0} .$$

Diperoleh $-2Z^T\vec{y} + 2Z^T Z\vec{\beta} = \vec{0}$ atau $Z^T\vec{y} = Z^T Z\vec{\beta}$. Sehingga dapat dicari $\vec{\beta}$

$$\vec{\beta} = (Z^T Z)^{-1} Z^T \vec{y} . \tag{3}$$

Seringkali persamaan (3) juga ditulis dalam bentuk mengalikan ruas kiri dan kanan dengan Z diperoleh Dari persamaan (3) diperoleh

ISBN: 978-602-70609-0-6
Tuban, 24 Mei 2014

$$\vec{\beta} = (A)^{-1} Z^T \vec{y} \tag{4}$$

dengan

$$A = (Z^T Z) \tag{5}$$

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} \\ 1 & x_{21} & x_{22} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} \end{bmatrix}.$$

(b) Autoregresi

Diasumsikan model autoregresi dari data curah hujan sebagai variabel tak bebas pada saat *t*

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{(t-1)} + \alpha_2 x_{(t-1)} + \alpha_2 x_t + \varepsilon \tag{6}$$

Dalam persamaan matriks-vektor , persamaan (6) menjadi

$$\begin{bmatrix} y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 & x_2 \\ 1 & y_2 & x_2 & x_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & y_{n-1} & x_n & x_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_{n-1} \end{bmatrix}$$

Dapat ditulis

$$Y_{(n-1)x1} = W_{((n-1)\,x\,(3+1))} \alpha_{((3+1)\,x1)} + \mathcal{E}_{(n-1)x1} \tag{7}$$

Untuk mencari estimasi parameter $\bar{\alpha}$ adalah $Y = W\,\bar{\alpha} + \bar{\varepsilon}$ dengan mengalikan ruas kiri dan ruas kanan dengan W^T maka diperoleh

$$W^T Y = W^T W\,\bar{\alpha} + \bar{\varepsilon}$$

Sehingga dapat diperoleh parameter $\bar{\alpha}$ yaitu

$$\bar{\alpha} = [W^T W]^{-1} W^T Y - \bar{\varepsilon} \tag{8}$$
$$\bar{\alpha} = [A]^{-1} W^T Y - \bar{\varepsilon}$$

dengan $A = W^T W$ dan

$$W = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 & x_2 \\ 1 & y_2 & x_2 & x_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & y_{n-1} & x_n & x_{n-1} \end{bmatrix}$$

Akan dibuktikan bahwa $\vec{\beta}$ pada persamaan (3) dan $\bar{\alpha}$ pada persamaan (8) ada dan terbaik yaitu dengan :

1. Matriks A pada kedua persamaan dikatakan*i nvertible* jika determinan dari matriks *A* tersebut ≠0. *A* invertibel artinya penyelesaian dari matriks *A* tunggal (Peressini, dkk 1998).
2. *Error*/residu merupakan jarak/beda antara data aktual dengan data pendekatan (dari model hasil fungsi tujuan) yaitu

$$E = \frac{\|S_{pendekatan} - S_{data}\|}{\|S_{data}\|}. 100\%$$

3. Sebagai aplikasi matriks dan norm vektor, perlu mempertimbangkan perkiraan kesalahan dengan menghitung invers matriks dan solusi dari persamaan linear. Jika A^{-1} adalah invers *A* yang eksak maka secara komputasi ditulis $(A + E)^{-1}$, dimana *E* matriks *error* berukuran 6 x 6 yang komponen-komponennya merupakan bilangan yang cukup kecil sehingga *A+E invertible* (Horn & Johnson,1985). Kemudian *error*nya adalah

$$A^{-1} - (A + E)^{-1} = A^{-1} - (I + A^{-1}E)^{-1} A^{-1}$$

Akan dicari $A^{-1} - (I + A^{-1}E)^{-1}A^{-1}$ maka perlu menyatakan bentuk $(I + A^{-1}E)^{-1}$ dalam bentuk lain.

Analog dengan deret $(1 + x)^{-1}$akan diperoleh

$$(I + A^{-1}E)^{-1} = A^{-1} - \sum_{k=0}^{\infty}(-1)^{k+1}(A^{-1}E)^k A^{-1},$$
$$= \sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k+1}(A^{-1}E)^k A^{-1}, \text{ jika } \rho(A^{-1}E) < 1$$

Dengan $\rho(A^{-1}E)$ adalah spektral radius (nilai eigen) dari matriks $A^{-1}E$.

Terdapat banyak definisi ||.|| dalam matriks, diantaranya yaitu norm *Euclid*, norm maksimum, dan norm Frobenius. Norm euclid = $\max\sqrt{\lambda(AA')}$ dengan λ adalah nilai eigen. Diasumsikan $\|A^{-1}E\|<1$, batas atas kesalahan relatif dengan menghitung invers adalah

$$\frac{\|A^{-1}-(A+E)^{-1}\|}{\|A^{-1}\|} \leq \frac{\|A^{-1}E\|}{1-\|A^{-1}E\|} \text{ jika } \|A^{-1}E\| < 1. \qquad (*)$$

Ruas kanan dikalikan $\frac{\|A\|}{\|A\|}$ sehingga

$$\frac{\|A^{-1}\|\|E\|}{(1-\|A^{-1}\|\|E\|)}\frac{\|A\|}{\|A\|} = \frac{\|A^{-1}\|\|A\|}{\|A\|-\|A^{-1}\|\|E\|}\frac{\|E\|}{\|A\|} = \frac{\|A^{-1}\|\|A\|}{(\|A\|-\|A^{-1}\|\|A\|\|E\|)}\frac{\|E\|}{\|A\|} \qquad (9)$$

Didefinisikan

$$\kappa(A) \equiv \begin{cases} \|A^{-1}\|\|A\| \text{jika } A \text{ nonsinguler} \\ \infty \text{jika } A \text{ singuler} \end{cases} \qquad (10)$$

Persamaan (10) disebut *conditional number* dari invers matriks dengan melihat norm matriks $\|.\|$. Persamaan (*) dengan (12) menjadi

$$\frac{\|A^{-1}\|\|E\|}{(1-\|A^{-1}\|\|E\|)}\frac{\|A\|}{\|A\|} = \frac{\|A^{-1}\|\|A\|}{\|A\|-\|A^{-1}\|\|E\|}\frac{\|E\|}{\|A\|} = \frac{\kappa(A)\|E\|}{\left(1-\frac{\kappa(A)\|E\|}{\|A\|}\right)\|A\|}.$$

Jadi error relatif untuk invers matriks pada persamaan (**) terbatas tergantung dari nilai $\kappa(A)$ sehingga $\kappa(A)$ tidak boleh terlalu besar.

Conditional number matriks pada MATLAB juga menggunakan persamaan (10). Jika *conditional number* dibawah 67108864 maka nilai α_i dinyatakan terbaik karena error invers terbatas ke atas (Dewi,dkk,2013). Untuk menghitung *conditional number* digunakan perintah *cond*() pada MATLAB.

4. Sifat titik kritis (minimum) ditunjukkan dengan tipe matriks Hessian H_f (matriks yang disusun turunan kedua dari fungsi terhadap masing-masing variabel bebas).

$$H_f = \nabla(\nabla R) = \nabla(-2A^T\bar{w} + 2A^TA\bar{v}) = 2A^TA \qquad (11)$$

Menurut Peressini dkk (1998) titik kritis $\bar{v}_a$ sebagai peminimum lokal jika nilai eigen dari mariks Hessiannya bersifat *positive semi definite* yang artinya nilai eigen $H_f \geq 0$.

(c) **Regresi** GSTAR (*Generalized Space Time Auto Regressive*)

Model *Generalized Space Time Auto Regressive* (GSTAR) pertama kali diperkenalkan oleh Borovkova, Lopuhaa, dan Ruchjana (2002) sebagai generalisasi dari model *Space Time Autoregressive* (STAR). Data yang digunakan pada makalah ini merupakan data berdistribusi normal mutivariat. Data tersebut dibangkitkan dengan bantuan *software* matematika dengan harapan memiliki nilai korelasi yang tinggi antar variabelnya. Untuk menggunakan model regresi GSTAR maka data perlu stationer terhadap variansi dan rata-rata.

Uji stationer terhadap variansi digunakan dapat dilihat dari *lambda estimate* yang dihasilkan oleh grafik transformasi Box Cox. Jika nilai *lambda estimate* mendekati 1

maka data bisa dikatakan stasioner dalam variansi. Sedangkan stationer terhadap rata-rata dengan memperhatikan *trend analysis*, data dikatakan stasioner jika *trend linear* mendekati sejajar dengan sumbu horizontal, namun jika tidak sejajar dengan sumbu horizontal maka perlu dilakukan *diffrensiasi* pada data. Hal ini dikerjakan dengan MINITAB.

Model regresi GSTAR dapat dituliskan sebagai berikut (Borovkova, Lopuhaa, Ruchjana, 2002) :

$$Z(t) = \sum_{k=1}^{p} (\phi_{k0} + \phi_{k1} W) Z(t-k) + e(t) \tag{12}$$

dimana

- $\phi_{k0} = \text{diag}(\phi_{k0}^1, ..., \phi_{k0}^n)$ dan $\phi_{k1} = \text{diag}(\phi_{k1}^1, ..., \phi_{k1}^N)$
- W = bobot (*weigth*) yang dipilih untuk memenuhi $w_{ii} = 0$ dan $\sum_{1 \neq j} w_{ij} = 1$

Persamaan model GSTAR untuk orde waktu dan orde spasial 1 dengan menggunakan 3 lokasi yang berbeda adalah sebagai berikut (Faizah & Setiawan, 2013)

$$Z(t) = \phi_{10} Z(t-1) + \phi_{11} W^{(1)} Z(t-1) + e(t) \tag{13}$$

Dalam bentuk matriks, persamaan (12) dapat ditulis sebagai berikut,

$$\begin{bmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \\ Z_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{10} & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{20} & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{30} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1(t-1) \\ Z_2(t-1) \\ Z_3(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & 0 & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1(t-1) \\ Z_2(t-1) \\ Z_3(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \end{bmatrix} \tag{14}$$

Ada berbagai macam metode penentuan bobot lokasi pada model GSTAR tetapi metode yang paling umum digunakan adalah bobot lokasi seragam karena bersifat sederhana dan mudah untuk ditentukan (Ruchjana, 2002). Penentuan nilai bobot seragam adalah sebagai berikut :

$$w_{ij} = \frac{1}{n_i} \tag{15}$$

dengan n_i merupakan banyaknya lokasi yang berdekatan dengan lokasi ke-*i*.

Penaksiran Parameter pada Model GSTAR

Estimasi parameter model GSTAR yaitu $\beta = (\phi_{10} \quad \phi_{20} \quad \phi_{30} \quad \phi_{11} \quad \phi_{21} \quad \phi_{31})'$ dapat diselesaikan dengan menggunakan metode kuadrat terkecil yang diformulasikan sebagai berikut,

$$\beta = [X'X]^{-1} X'Y \tag{16}$$

dengan struktur data untuk estimasi parameter model GSTAR(1_1) di 3 lokasi dijabarkan sebagai berikut (Faizah & Setiawan,2013),

$$\begin{bmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \\ Z_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1(t-1) & 0 & 0 & F_1(t-1) & 0 & 0 \\ 0 & Z_2(t-1) & 0 & 0 & F_2(t-1) & 0 \\ 0 & 0 & Z_3(t-1) & 0 & 0 & F3(t-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{10} \\ \phi_{20} \\ \phi_{30} \\ \phi_{11} \\ \phi_{21} \\ \phi_{31} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 t \\ e_2 t \\ e_3 t \end{bmatrix} \tag{17}$$

Untuk melakukan regresi maka diperlukan terlebih dahulu apakah data berdistribusi normal atau tidak. Pada makalah ini digunakan uji normal multivariat chi-kuadrat. Fungsi densitas normal multivariat adalah

$$f(x)=\frac{1}{(2\pi)^{p/2}|\Sigma|^{1/2}}e^{-(x-\mu)'\Sigma^{-1}(x-\mu)/2} \text{ dengan } -\infty\le x_i\le\infty, i=1,2,...p \text{ (Jhonson,2007)} \quad (18)$$

dengan n : banyaknya observasi pada tiap variabel random,
Σ : matriks kovariansi dari populasi,
$|\Sigma|$: determinan matriks kovariansi populasi,
p: banyaknya variable random, μ=:rata-rata populasi.

Uji normalitas data yaitu :

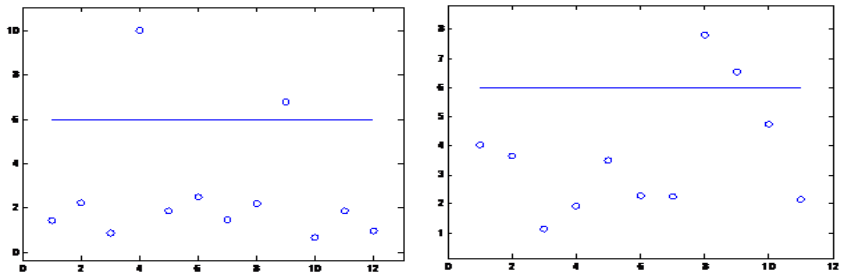
$$(x-\mu)'\Sigma^{-1}(x-\mu)\le\chi_p^2(\alpha) \quad (19)$$

dengan $X_p^2(\alpha)$ menyatakan distribusi *chi-squre*. Apabila persamaan (19) tidak dipenuhi maka data tidak berdistribusi normal.

III. PEMBAHASAN

(a) Regresi klasik dan autoregresi

Dengan menerapkan persamaan (19) untuk data yang akan dianalisa diperoleh bahwa perhitungan uji normal data mempunyai presentase normal pada kasus 1 adalah 83.333 % dan pada kasus 2 adalah 81.8182% sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 1. Dapat disimpulkan kedua data sudah cukup normal untuk dapat dianalisis lebih lanjut.



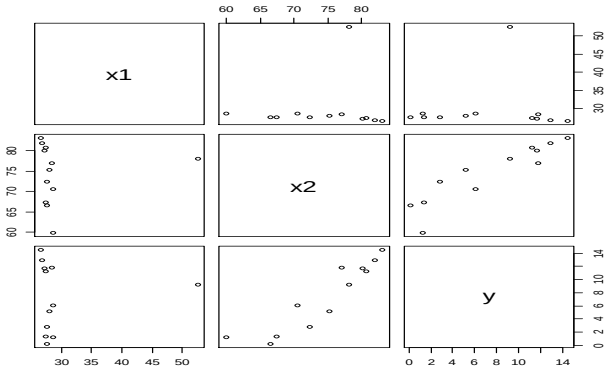
Gambar 1. Uji normalitas data , garis horizontal adalah batas chi-kudrat dari Tabel $\chi_p^2(\alpha)$

Kasus 1.

Dengan menggunakan persamaan (3) maka dilakukan perhitungan untuk memperoleh parameter $\vec{\beta}$. Dengan bantuan program R maka didapatlah model regresi pengaruh kelembaban dan suhu terhadap curah hujan yaitu

$$Y = -41.08298 - 0.01903X_1 + 0.65853X_2$$

dengan Y : rata-rata curah hujan; X_1: rata-rata suhu udara; X_2:rata-rata kelembaban udara. Progrram R juga dapat menampilkan hubungan linear antar 2 variabel yang ditunjukkan pada Gambar 2.



Gambar 2. Gambar Hasil analisis regresi dari rata-rata curah hujan, rata-rata suhu udara dan rata kelembaban dengan program R

Hasil yang diperoleh dengan program R didapat bahwa *p*-value untuk variable Y dan X_2 dibawah 0.05 sehingga dapat dikatakan signifikan.Namun tidak pada variable X_1 dengan nilai *p*-value adalah 0.849161 dan lebih besar dari 0.05.cArtinya kontribusi X_1 tidak signifikan terhadap persamaan $\bar{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$. Nilai *F* statistik adalah 22.68, sedangkan $F_{3,n-p-1,0.95}$ = 4.066181.Sehingga nilai *F* statistik lebih besar daripada $F_{3,n-p-1,0.95}$ .Oleh karena itu $\beta_j = 0$ ditolak. Sehingga persamaan model regresi liniernya menjadi $\bar{y} = \beta_0 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$. Hasil keluaran ditunjukkan pada Tabel 1. Dengan menggunakan program SPSS juga didapati hasil yang sama sebagaimana ditunjukkan pada Tabel 2.

Tabel 1. Hasil keluaran regresi program R

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(>|t|)
(Intercept)	- 41.08298	7.59873	- 5.407	0.000429 ***
X_1	- 0.01903	0.09721	-0.196	0.849161
X_2	0.65853	0.09804	6.717	8.69e-05 ***

Signif.codes: 0 '*' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1**

Tabel 2. Hasil keluaran dengan program SPSS

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	T	Sig.	95% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound
1	(Constant)	-41.095	7.595		-5.411	.000	-58.276	-23.914
	Temperature (Celcius)	-.019	.097	-.027	-.197	.849	-.239	.201
	Kelembaban Nisbi	.659	.098	.916	6.722	.000	.437	.880

a. Tak bebast Variabel: Curah Hujan

Hasil keluaran di atas sama dengan hasil yang diperoleh dengan program R yang sebelumnya telah dijalankan. Yaitu nilai parameter pada kolom B yang menunjukkan nilai $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ serta nilai Sig. adalah nilai p-value.

Hubungan tiap variabel

Dari hasil Gambar 2 oleh program R kita juga dapat melihat hubungan variabel tak bebas Y (curah hujan) dengan masing-masing variable tak bebas X_1 dan X_2 (suhu dan kelembaban udara). Dari gambar tersebut dapat disimpulkan ada hubungan linier variabel Ydengan X_2 ,namun tidak pada varibel Y dan X_1.

Demikian pula hubungan antar variabel dapat dilihat dari korelasi antar 2 variabel yang berbeda. Hasil uji korelasi menunjukkan bahwa Y berkorelasi dengan X_2 sedangkan Y tidak berkorelasi dengan X_1. Variabel X_1 dan X_2 juga tidak berkorelasi.

Perlu ditunjukkan dengan $\vec{\beta}$ yang diperoleh adalah yang terbaik yang artinya meminimumkan *R*. Hal ini dilakukan dengan menghitung determinan *A, error* fungsi, menghitung *Conditional Number A* yang dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel. 3 Sifat dari $\vec{\beta}$ yang diperoleh

Kondisi yang diamati	Hasil
Determinan Matriks $A = (Z^T Z)$	3.8413x 10^6
Error	7.69 %
Conditional number	8.3572x 10^5
Sifat H_f	*positive semi definite*

Diperoleh determinan matriks $A \neq 0$, sehingga sidtem persamaan liniernya mempunyai penyelesaian tunggal . Error masih cukup besar yaitu 7.69% Dari conditional number yang diperoleh masih lebih kecil dari batas maksimumnya atau *Conditional number* < 67108864. Kemudian diperoleh juga nilai eigen =[0 ; 533 ; 77634] yang artinya sifat H_f adalah *positive semi definite* sehingga parameter yang diperoleh dinyatakan sebagai yang terbaik karena meminimumkan R.

Kasus 2.

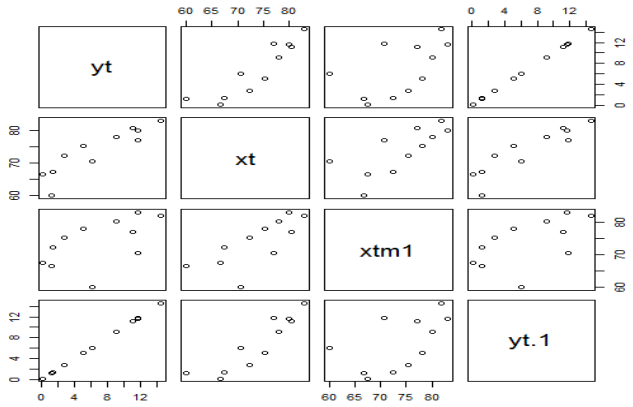
Dengan menggunakan persamaan (11-12) yaitu $Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{(t-1)} + \alpha_2 x_{(t-1)} + \alpha_2 x_t + \varepsilon$maka dilakukan perhitungan untuk memperoleh parameter α . Dengan bantuan program R maka

$$Y_t = 4.0249 + 0.8432\ y_{(t-1)} + 0.4239\ x_{(t-1)} - 0.4651\ x_t$$

Hasil yang diperoleh dengan program R didapat bahwa *p*-value untuk semua variabel lebih besar dari 0.05 sehingga dapat dikatakan tidak signifikan.. Nilai *F* statistik adalah 15.46, sedangkan $F_{3,n-p-1,0.95}$ = 4.533677.Sehingga nilai *F* statistik lebih besar daripada $F_{3,n-p-1,0.95}$ .Oleh karena itu $\alpha_j = 0$ ditolak. Secara sama, kita dapat menganalisa lebih lanjut sifat parameter yang ditunjukkan pada Tabel 4.

Dari hasil yang diperoleh determinan matrik $A \neq 0$, Sedangkan *Conditional number* yang masih lebih kecil dari batas maksimumnya. *Conditional numbe r*< 67108864, serta sifat H_f *positive definite* dapat dikatakan bahwa parameter yang diperoleh memenuhi syarrat meminimalkan error . Akan tetapi dari dilihat dari *error* masih cukup besar yaitu *20.9380 %.*

ISBN: 978-602-70609-0-6
Tuban, 24 Mei 2014



Gambar 3. Gambar hasil analisis regresi pada tabel 3 dengan program R

Tabel 4. Sifat sifat dari $\bar{\alpha}$

Kondisi yang diamati	Hasil
Determinan Matriks $A=(W^TW)$	3.4553 x 10^9
Error	20.9380
Conditional number	902.0237
Sifat H_f	*positive definite*

Berdasarkan uraian pembahasan di atas dapat disimpulkan

- Data yang diolah yaitu rata-rata curah hujan, suhu serta kelembaban udara di daerah Boyolali tahun 2000-2009 berdistribusi normal.
- Terdapat hubungan linier yang signifikan antara variabel tak bebas Y (curah hujan) dengan variabel intak bebas X_2 (kelembaban udara), namun tidak dengan variabel X_1(suhu udara). Model regresi linier yang diperoleh adalah

$$\bar{y} = \beta_0 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$$
$$\bar{y} = -41.08298 + 0.65853 X_2 + \varepsilon$$

- Hasil analisis autoregresi yang memperlihatkan curah hujan pada saat *t* (dimulai bulan ke-2 yaitu (Februari) dipengaruhi tidaknya oleh curah hujan pada saat *t*-1, kelembaban udara pada saat *t* dan *t*-1 mendapatkan model adalah

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{(t-1)} + \alpha_2 x_{(t-1)} + \alpha_2 x_t$$
$$Y_t = 4.0249 + 0.8432\ y_{(t-1)} + 0.4239\ x_{(t-1)} - 0.4651\ x_t$$

Hanya saja model yang didapat itu tidak menjadi model yang terbaik dilihat dari hasil setiap variabel yang tidak signifikan dan juga error yang masih terlalu besar pada sifat $\bar{\alpha}$.

(b) **Data Curah Hujan Boyolali berdasarkan lokasi**

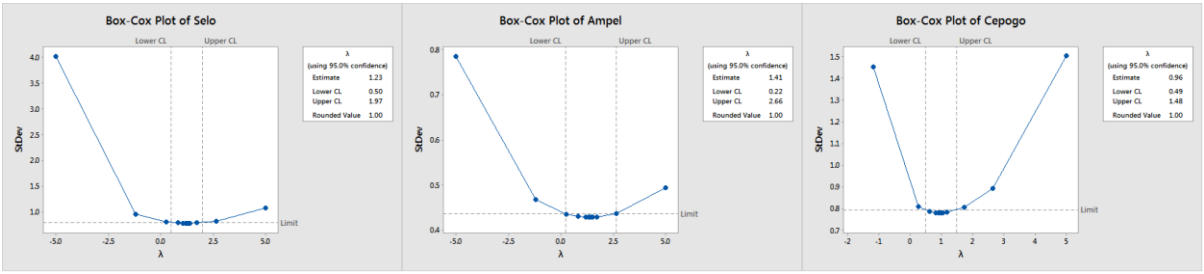
Pada bagian ini data curah hujan hanya diambil pada tahun 2008-2010 karena berdsarkan lokasi maka data hanya memuat curah hujan pertahun. Untuk dapat mengimplementasikan GSTAR maka perlu minimum 3 lokasi. Dari data diambil 3 lokasi yaitu Selo, Ampel dan Cepogo yang dijadikan variabel untuk memperoleh model GSTAR. Variabel dalam GSTAR itu sendiri merupakan lokasi yang berdekatan dan memiliki keterkaitan antar lokasi. Data curah hujan di 3 kecamatan tersebut jelas memiliki keterkaitan karena curah hujan di kecamatan Selo dapat mempengaruhi curah hujan di Ampel dan Cepogo. Selain karena lokasinya yang berdekatan dapat juga dilihat dari

nilai korelasi antar kecamatan yang cenderung mendekati 1. Hasil uji korelasi dengan uji Pearson disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5.. Hasil uji korelasi Pearson untuk Kecamatan Selo, Ampel, dan Boyolali

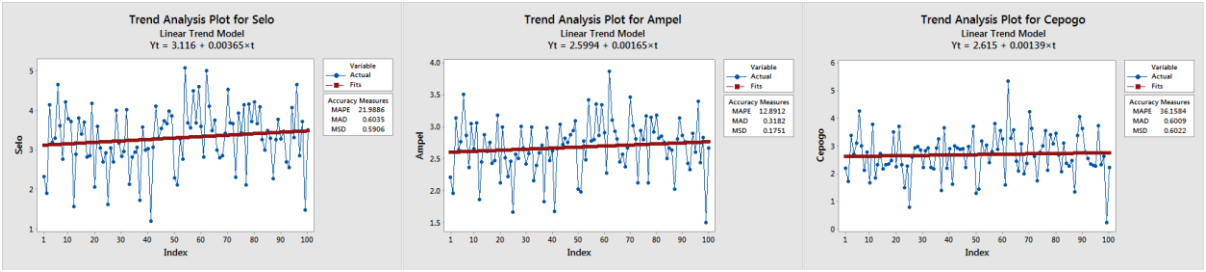
Variabel	Selo	Ampel	Cepogo
Selo	1	0.968	0.743
Ampel	0.968	1	0.888
Cepogo	0.743	0.888	1

Nilai korelasi yang telah diuji dengan uji korelasi Pearson sudah menunjukkan bahwa nilai korelasi mendekati 1 sehingga data ini dapat dilanjutkan ke tahap selanjutnya yaitu membangkitkan data yang berdistribusi normal multivariat. Selanjutnya akan diuji stasioneritas data dalam varian dan rata-rata. Untuk mengetahui apakah data telah stasioner dalam variansi digunakan grafik transformasi Box-Cox yang ditunjukkan pada Gambar 4



Gambar 4. Grafik Transformasi Box-Cox untuk Kecamatan Selo, Ampel, dan Cepogo

Dari Gambar 4 menunjukkan bahwa nilai estimasi lamda untuk Kecamatan Selo, Ampel, dan Cepogo berturut-turut sebesar 1.23, 1.41, dan 0.96. Nilai estimasi tersebut sudah mendekati 1 sehingga tidak perlu dilakukan transformasi Box-Cox dan data dapat dikatakan stasioner dalam variansi. Kemudian untuk mengetahui apakah data telah stasioner dalam rata-rata akan dilihat hasil *trends analysis* yang ditunjukkan pada Gambar 5.



Gambar 5. Hasil *trend analysis* untuk Kecamatan Selo, Ampel dan Cepogo

Hasil *trend analysis* untuk Kecamatan Selo, Ampel, dan Cepogo menunjukkan bahwa *trend linear* sudah mendekati sejajar dengan sumbu horizontal. Hal ini berarti data tersebut dapat dikatakan stasioner dalam rata-rata sehingga tidak diperlukan proses *differencing*. Karena data sudah memenuhi asumsi stasioner dalam variansi dan rata-rata maka tahap selanjutnya adalah penaksiran parameter pada model GSTAR dengan persamaan (19)-(20). Dalam proses penaksiran parameter digunakan 2 bobot lokasi yang dipakai yaitu bobot lokasi seragam dan bobot lokasi normalisasi korelasi silang. Hasil penaksiran parameter ini disajikan pada Tabel 6 untuk bobot lokasi seragam dan Tabel 7 untuk bobot lokasi normalisasi korelasi silang. Sedangkan perbandingan data asli

ISBN: 978-602-70609-0-6
Tuban, 24 Mei 2014

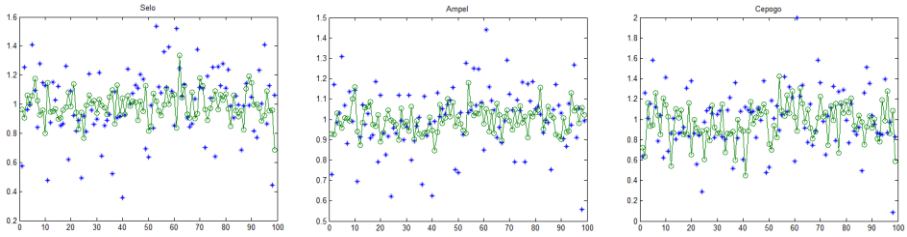
dengan data hasil model ditunjukkan pada Gambar 6 untuk bobot lokasi seragam dan Gambar 7 untuk bobot lokasi normalisasi korelasi silang.
Untuk bobot lokasi seragam masing-masing lokasi mempunyai error 25.1802%,16.456% dan 33.4737%. Sedangkan dengan bobot lokasi korelasi silang maka masing-masing lokasi berturut-turut juga mempunyai error yang serupa.

Tabel 6 Hasil penaksiran parameter dengan bobot lokasi seragam

Parameter	Hasil estimasi
ϕ_{10}	-3.3519
ϕ_{20}	2.5844
ϕ_{30}	-0.2448
ϕ_{11}	4.3428
ϕ_{21}	-1.5856
ϕ_{31}	1.2110

Tabel 7. Hasil penaksiran parameter dengan bobot lokasi normalisasi korelasi silang

Parameter	Hasil estimasi
ϕ_{10}	-4.0255
ϕ_{20}	2.6506
ϕ_{30}	-0.2783
ϕ_{11}	10.2150
ϕ_{21}	-2.9682
ϕ_{31}	2.7328



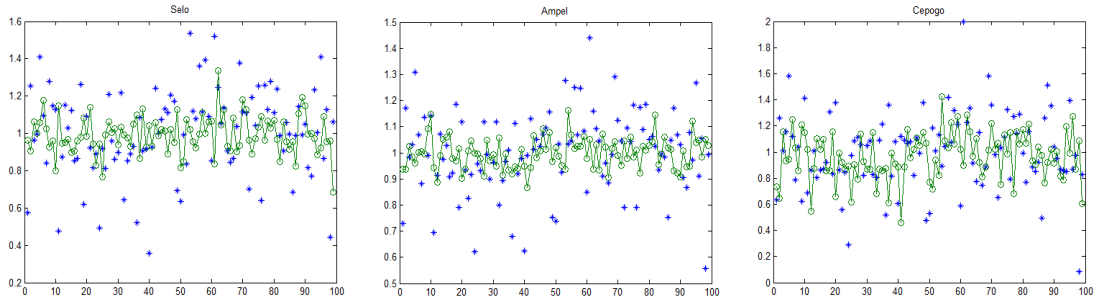
Gambar 6. Hasil perbandingan data asli dengan data model dengan bobot lokasi seragam

Regresi Taklinear

Karena hasil regresi linear untuk kasus 1 menunjukkan hubungan linear dengan error yang masih cukup besar, maka diduga bahwa curah hujan mempunyai hubungan tak linear terhadap suhu dan kelembaban udara. Dengan menggunakan model

$$Y = A\exp\left(-\beta X_1^2 - \gamma X_2^2\right). \qquad (**)$$

Dengan melogaritmakan ruas kiri dan ruas kanan maka kita dapat mendekati dengan regresi linear kembali. Akan tetapi hasil regresi menunjukkan bahwa semua koefisien 0 kecuali *A*. Jadi model (**) tidak tepat.



Gambar 7. Hasil perbandingan data asli dengan data model dengan bobot lokasi normalisasi korelasi silang

IV. KESIMPULAN

Pada makalah ini telah ditunjukkan analisa data iklim Boyolali untuk curah hujan , kelembaban dan suhu udara dengan regresi klasik, autoregresi dan GSTAR.Regresi klasik menyatakan curah hujan sebagai fungsi linear kelembaban udara dan suhu udara. Hasil menunjukkan dengan error maksimal sekitar 20 %. Demikian pula autoregresi memberikan hasil yang serupa.

Selanjutnya regresi dengan metode GSTAR diperkenalkan untuk memperumum hasil yang telah diperoleh. Dengan metode GSTAR error terbesar sekitar 33 %. Hal ini menunjukkan bahwa kemungkinan bobot yang digunakan sudah tidak tepat. Demikian pula diupayakan regresi taklinear tidak memberikan perbaikan yang bermakna. Oleh karena itu perlu ada perbaikan lebih lanjut pada model GSTAR untuk kasus ini.

UCAPAN TERIMA KASIH

Makalah ini merupakan hasil penelitian dengan dukungan dana dari HIBAH BER-SAING –UKSW pada Pusat Penelitian Sumitro untuk periode 2013-2014.

V. DAFTAR PUSTAKA

Borovkova, S.A, Lopuhaa, H. P. dan Ruchjana. B. N., 2002. *Generalized STAR model with experimental weights.* In M. Stasinopoulos and G. Tauloumi (Eds.). Proceedings of the 17th International Workshop on Statistical Modeling. China.

Candiasa, I Made. 2003. *Statistik Multivariat Disertai Aplikasi dengan SPSS*. Singaraja.Unit Penerbitan IKIP Negeri Singaraja

Dewi, V.P, Parhusip,H,A, Linawati, L., *Analisa Hasil Panen Padi menggunakan Pemodelan Kuadratik,* prosiding Seminar Nasional Matematika VII UNNES 26 Oktober 2013, ISBN 978-602-14724-7-7, Semarang.

Johnson, R.A., & Wichern, D.(2007). *Applied Multivariat Statistical Analysis*.New Jersey:Prentice Hall.

Faizah L.A dan Setiawan. 2013. Pemodelan Inflasi di Kota Semarang, Yogyakarta, dan Surakarta dengan pendekatan *GSTAR*. *Jurnal Sains Dan Seni Pomits* Vol 2, No2, 2337-3520 (2301-928X Print).

Horn R.A , Johnson C.A. 1985.*Matrix Analysis*.USA:Cambrig University Press.

Ruchjana. B. N, 2002. *Pemodelan Kurva Produksi Minyak Bumi Menggunakan Model Generalisasi STAR*. *Forum Statistika dan Komputasi*. IPB : Bogor.

Peressini A.L, Sullivan F.E & Uhl J., 1998. *The Mathematics of Nonlinear Programing*, Springer Verlag, New York,Inc.

Putranto, H.D. , -. *Analisis Ekuitas Merek Sepeda Motor Honda terhadap Keputusan Pembelian dan Perilaku Pasca Beli Menggunakan Structural Equation Modelling (SEM)*. Semarang. Unit Penerbitan Universitas Negeri Semarang

ISBN: 978-602-70609-0-6
Tuban, 24 Mei 2014

Suhartono dan Subanar., 2006. The Optimal Determination of Space Weight in GSTAR Model by using Cross-correlation Inference.*Journal Of Quantitative Methods : Journal Devoted To The Mathematical and Statistical Application in Various Fields.*

Wei, William W.S, 2006. *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods.* USA: Temple University.