



SIKLUS HAMILTON PADA GRAF FUZZY KOMPLIT (K_n)

Siti Khorirotul Mufidah¹, Rusmadji², Edy Nurfalalah³

¹Mahasiswa Matematika, Universitas PGRI Ronggolawe (UNIROW) Tuban
fidah_matunirow@yahoo.com

²Dosen Matematika, Universitas PGRI Ronggolawe (UNIROW) Tuban
Roesma2000@gmail.com

³Dosen Pendidikan Matematika, Universitas PGRI Ronggolawe (UNIROW) Tuban
masedy@ymail.com

Abstrak

Teori graf *fuzzy* merupakan suatu perluasan dari teori graf dan himpunan *fuzzy*. Graf *fuzzy* diperoleh dengan memberi bobot atau derajat keanggotaan pada titik-titik (*vertex*) dan pada sisi-sisi (*edge*) dari suatu graf. Pada paper ini dibahas siklus hamilton pada graf *fuzzy* komplit (K_n). Pencarian siklus hamilton pada graf *fuzzy* komplit dalam paper ini menggunakan algoritma *exhaustive search*.

Kata kunci : siklus hamilton, graf *fuzzy*, dan graf komplit.

I. PENDAHULUAN

Himpunan *fuzzy* diperkenalkan pertama kali oleh Prof. Lotfi Zadeh, 1965 yang menjadi guru besar di University of California at Berkeley dalam karya ilmiahnya yang monumental “*Fuzzy Set*”. Misal X adalah himpunan tak kosong maka himpunan *fuzzy* A di X didefinisikan : $A = \{ (x, \mu_A(x)) | x \in X \}$ dimana $\mu_A: X \rightarrow [0,1]$ adalah fungsi keanggotaan X [1]. Sedangkan Graf G didefinisikan pasangan himpunan (V, E) ditulis dengan notasi $G = (V, E)$, yang dalam hal ini V adalah himpunan tidak kosong dari titik-titik (*vertices* atau *node*) dan E adalah himpunan sisi (*edges*) yang menghubungkan sepasang titik [9]. Dalam teori graf juga dibahas tentang siklus hamilton yang didefinisikan sebagai siklus yang melalui tiap titik di dalam graf tepat satu kali, kecuali titik asal (sekaligus titik akhir) yang dilalui dua kali [10].

Dalam teori graf juga dikenal tentang graf *fuzzy*. Teori graf *fuzzy* pertama kali diperkenalkan oleh Azriel Rosenfeld pada tahun 1975 yang merupakan suatu perluasan dari teori graf dan himpunan *fuzzy* [1]. Graf *fuzzy* diperoleh dengan memberi bobot atau derajat keanggotaan pada titik-titik (*vertex*) dan pada sisi-sisi (*edge*) dari suatu graf [12]. Pada paper sebelumnya belum ada paper mengenai pencarian siklus hamilton pada graf *fuzzy* komplit (K_n). Oleh karena itu, tujuan dalam paper ini adalah mencari banyaknya siklus hamilton pada jenis graf *fuzzy* komplit (K_n) dengan menggunakan algoritma *exhaustive search*, dan menentukan siklus hamilton pada graf *fuzzy* komplit (K_n) yang mempunyai bobot terkecil dan bobot terbesar dengan batasan $n \geq 3$.

II. Siklus Hamilton pada Graf Fuzzy Komplit (K_n)

Bab ini akan membahas mengenai pencarian banyaknya siklus hamilton pada graf fuzzy komplit (K_n), sebelumnya terlebih dahulu kita mempelajari tentang graf fuzzy dan algoritma *exhaustive search*.

2.1 Pengertian Graf Fuzzy

Definisi 3.1.1 Misalkan V himpunan berhingga titik dan tidak kosong. Suatu graf fuzzy yang dinotasikan dengan $G = (V, \sigma, \mu)$ atau disingkat $G = (\sigma, \mu)$ dengan

- i. $\sigma : V \rightarrow [0,1]$
- ii. $\mu : V \times V \rightarrow [0,1]$

yang memenuhi $\mu(xy) \leq \sigma(x) \wedge \sigma(y), \forall x, y \in V$, dimana σ disebut himpunan titik fuzzy, μ disebut himpunan sisi fuzzy, dan \wedge menyatakan operasi minimal dari $\sigma(x)$ dan $\sigma(y)$.

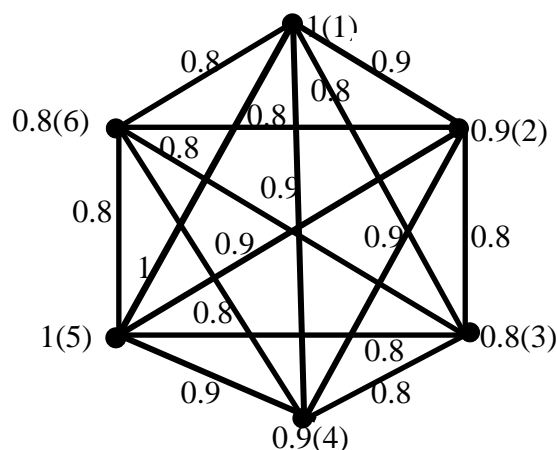
Catatan : Dalam menggambarkan graf fuzzy, jika derajat keanggotaan bernilai nol maka titik maupun sisi pada graf fuzzy tersebut tidak digambarkan.

Contoh 1:

Misalkan $G = (\sigma, \mu)$ graf fuzzy dengan $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$. Himpunan titik fuzzy dan himpunan sisi fuzzy adalah sebagai berikut :

- i. $\sigma : V \rightarrow [0,1]$, dengan $\sigma(v_1) = 1, \sigma(v_2) = 0.9, \sigma(v_3) = 0.8, \sigma(v_4) = 0.9, \sigma(v_5) = 1, \sigma(v_6) = 0.8$.
- ii. $\mu : V \times V \rightarrow [0,1]$, dengan $\mu(v_1v_2) = 0.9, \mu(v_2v_3) = 0.8, \mu(v_3v_4) = 0.8, \mu(v_4v_5) = 0.9, \mu(v_5v_6) = 0.8, \mu(v_1v_6) = 0.8$

Maka graf fuzzy G tersebut dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 1: Graf fuzzy

Definisi 3.1.5 Dalam graf fuzzy G siklus fuzzy C mencakup semua titik dari G tepat satu kali, kecuali simpul akhir maka siklus ini disebut **siklus Hamiltonian fuzzy**.

2.2 Algoritma *Exhaustive Search*

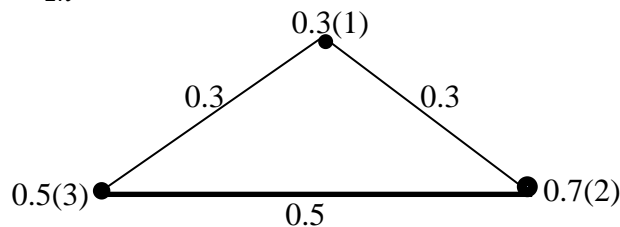
Algoritma *exhaustive search* memeriksa secara sistematis setiap kemungkinan solusi satu per satu dalam pencarian solusinya. Meskipun algoritma *exhaustive search* secara teoritis menghasilkan solusi, namun waktu atau sumber daya yang dibutuhkan dalam pencarian solusinya sangat besar. Langkah-langkah algoritma *exhaustive search* untuk persoalan pencarian siklus hamilton graf *fuzzy* komplit ini adalah:

1. Enumerasikan (list) semua siklus hamilton dari graf komplit dengan n buah simpul.
2. Hitung (evaluasi) bobot setiap siklus hamilton yang ditemukan pada langkah 1.
3. Pilih siklus hamilton yang mempunyai bobot terkecil dan bobot terbesar.

2.3 Siklus Hamilton Pada Graf *Fuzzy* Komplit (K_n)

Bab ini akan membahas tentang siklus Hamilton pada graf *fuzzy* komplit (K_n) untuk $n \geq 3$ dengan menggunakan algoritma *exhaustive search* yang mempunyai kompleksitas $\frac{n!}{2n}$.

1. Untuk $n = 3$



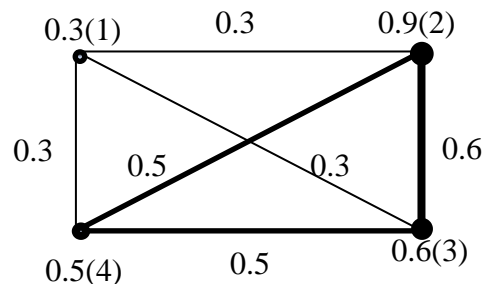
Gambar 2: Graf *fuzzy* komplit $n = 3$

Untuk graf *fuzzy* komplit $n = 3$ mempunyai 1 siklus hamilton, yaitu :

$$1231 \rightarrow 0.3 + 0.5 + 0.3 = 1.1$$

Untuk $n = 3$ hanya mempunyai 1 siklus hamilton sehingga bobot terkecil dan terbesar untuk $n = 3$ yaitu siklus itu sendiri dan untuk $n = 1$ dan $n = 2$ tidak mempunyai siklus hamilton.

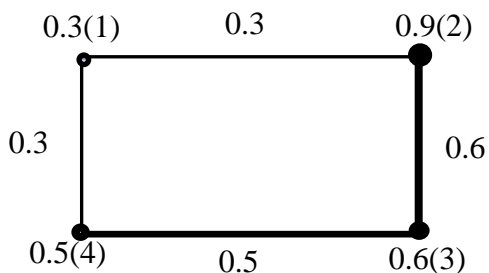
2. Untuk $n = 4$



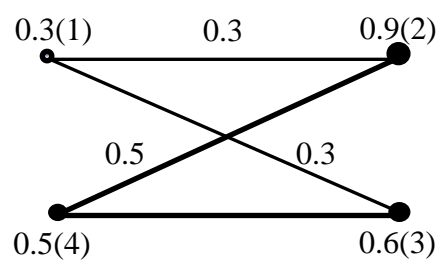
Gambar 3: Graf *fuzzy* komplit $n = 4$

Untuk graf *fuzzy* komplit $n = 4$ mempunyai 3 siklus hamilton, yaitu :

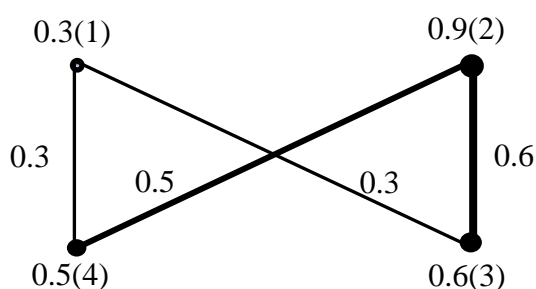
- a. $12341 \rightarrow 0.3 + 0.6 + 0.5 + 0.3 = 1.7$ (gambar 4)
- b. $12431 \rightarrow 0.3 + 0.5 + 0.5 + 0.3 = 1.6$ (gambar 5))
- c. $14231 \rightarrow 0.3 + 0.5 + 0.6 + 0.3 = 1.7$ (gambar 6)



Gambar 4: siklus hamilton(a)



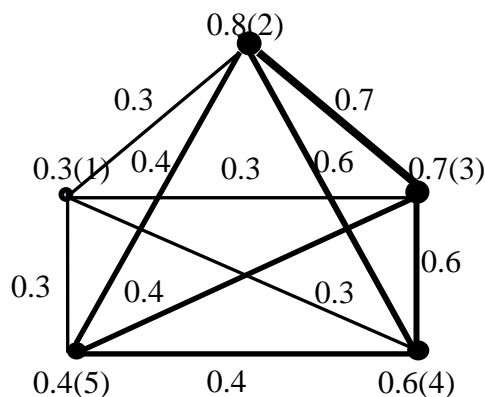
Gambar 5: siklus hamilton(b)



Gambar 6: siklus hamilton(c)

Dari pencarian diatas siklus yang mempunyai bobot terkecil adalah gambar (b), Sedangkan siklus yang mempunyai bobot terbesar adalah gambar (a) dan (c).

3. Untuk $n = 5$

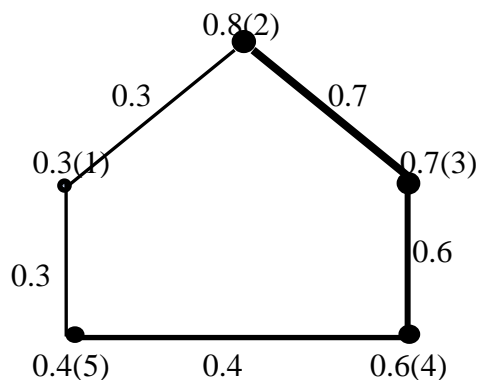
Gambar 7: Graf fuzzy komplit $n = 5$

Untuk graf fuzzy komplit $n = 5$ mempunyai 12 siklus hamilton, yaitu :

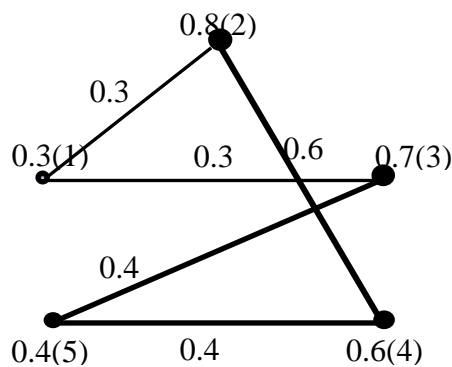
- $123451 \rightarrow 0.3 + 0.7 + 0.6 + 0.4 + 0.3 = 2.3$ (gambar 8)
- $124531 \rightarrow 0.3 + 0.6 + 0.4 + 0.4 + 0.3 = 2.0$ (gambar 9)
- $125431 \rightarrow 0.3 + 0.4 + 0.4 + 0.6 + 0.3 = 2.0$ (gambar 10)
- $132451 \rightarrow 0.3 + 0.7 + 0.6 + 0.4 + 0.3 = 2.3$ (gambar 11)
- $132541 \rightarrow 0.3 + 0.7 + 0.4 + 0.4 + 0.3 = 2.1$ (gambar 12)
- $134251 \rightarrow 0.3 + 0.6 + 0.6 + 0.4 + 0.3 = 2.2$ (gambar 13)
- $135241 \rightarrow 0.3 + 0.4 + 0.4 + 0.6 + 0.3 = 2.0$ (gambar 14)

- h. $143251 \rightarrow 0.3 + 0.6 + 0.7 + 0.4 + 0.3 = 2.3$ (gambar 15)
- i. $143521 \rightarrow 0.3 + 0.6 + 0.4 + 0.4 + 0.3 = 2.0$ (gambar 16)
- j. $145321 \rightarrow 0.3 + 0.4 + 0.4 + 0.7 + 0.3 = 2.1$ (gambar 17)
- k. $153241 \rightarrow 0.3 + 0.4 + 0.7 + 0.6 + 0.3 = 2.3$ (gambar 18)
- l. $153421 \rightarrow 0.3 + 0.4 + 0.6 + 0.6 + 0.3 = 2.2$ (gambar 19)

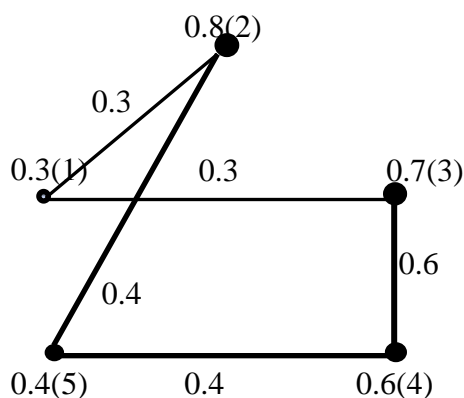
Dari 12 siklus hamilton tersebut dapat digambarkan menjadi graf *fuzzy* seperti berikut:



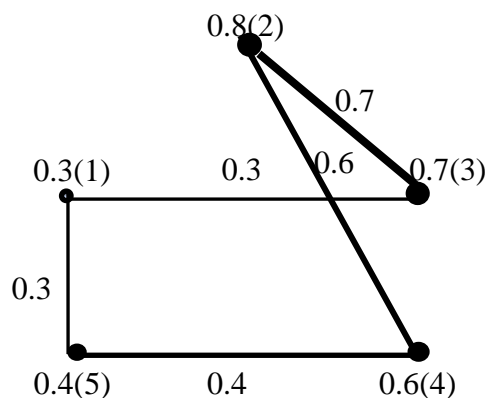
Gambar 8: siklus hamilton (a)



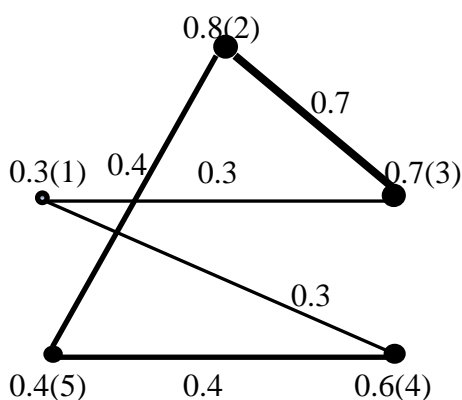
Gambar 9: siklus hamilton (b)



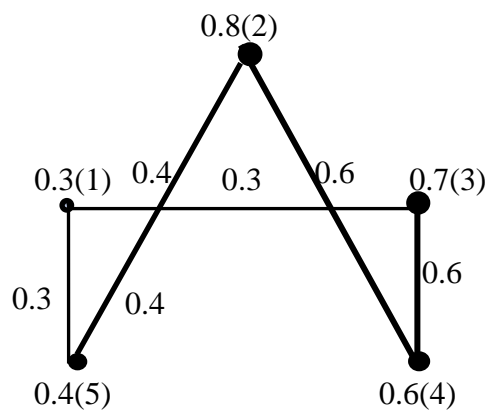
Gambar 10: siklus hamilton (c)



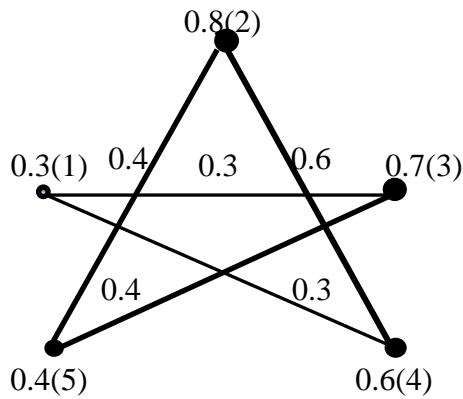
Gambar 11: siklus hamilton (d)



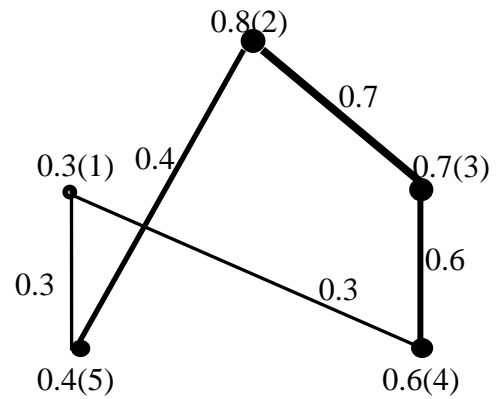
Gambar 12: siklus hamilton (e)



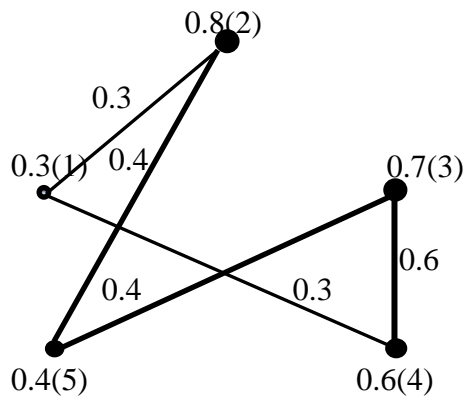
Gambar 13: siklus hamilton (f)



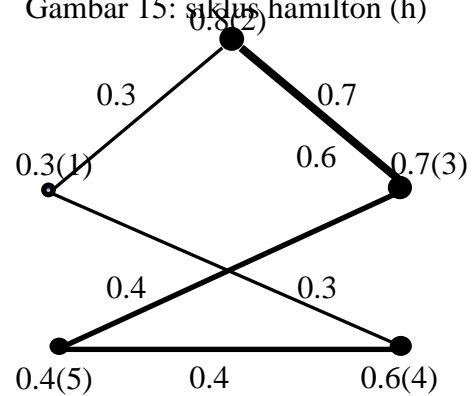
Gambar 14: siklus hamilton (g)



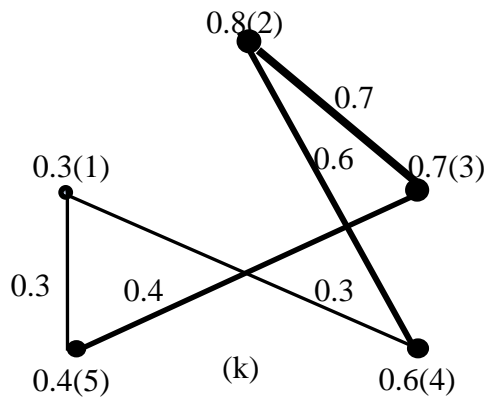
Gambar 15: siklus hamilton (h)



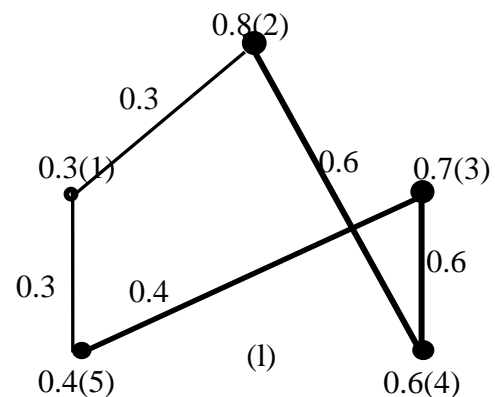
Gambar 16: siklus hamilton (i)



Gambar 17: siklus hamilton (j)



Gambar 18: siklus hamilton (i)



Gambar 19: siklus hamilton (i)

Dari pencarian di atas siklus yang mempunyai bobot terkecil yaitu gambar (b), (c), (g) dan (i) sedangkan siklus yang mempunyai bobot terbesar adalah gambar (a), (d), (h) dan (k).

Table 1 banyaknya siklus Hamilton pada graf *fuzzy* komplet (K_n)

No.	Jumlah simpul (n)	Banyaknya siklus hamilton
1.	3	1
2.	4	3
3.	5	12
4.
5.	n	$\frac{n!}{2n}$

Dengan menggunakan algoritma *exhaustive search* terbukti bahwa graf klasik dan graf *fuzzy* sama-sama mempunyai kompleksitas $\frac{n!}{2n}$ dalam menentukan banyaknya siklus hamilton. Dan kemudian dilanjutkan dengan pencarian siklus yang mempunyai bobot terkecil dan terbesar.

III. KESIMPULAN

Pencarian siklus hamilton pada graf *fuzzy* komplet (K_n) dalam paper ini menggunakan algoritma *exhaustive search*. Adapun hasil yang diperoleh dari pencarian banyaknya siklus hamilton pada graf *fuzzy* komplet (K_n) dengan menggunakan algoritma *exhaustive search* adalah $\frac{n!}{2n}$, sehingga dapat disimpulkan bahwa pada graf klasik dan graf *fuzzy* mempunyai kompleksitas yang sama dalam pencarian siklus hamilton.

IV. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Arifai, Aisyah Afidah. Dkk. *Hutan dan Sikel pada Graf Fuzzy*. Artikel. Surabaya: Universitas Negeri Surabaya.
- [2] Atmagi, Rigga Widar. 2008. *Exhaustive Search*. Surabaya: ITS Informatika.
- [3] Berthold, Michael R. Dkk. *Constructing fuzzy graphs from examples*. *Intelligent Data Analysis* 3 (1999) 37-53
- [4] Gunawan, Andi. 2010. *Tutorial Travelling Salesman Problem (TSP)* (<http://www.metode-algoritma.com>, diakses 27 April 2014).
- [5] Lee, Kwang H. 2005. *First Course on Fuzzy Theory and Applications*. Korea: Springer.
- [6] Leksono, Agus. 2009. *Algoritma Ant Colony Optimization (Aco) untuk Menyelesaikan Traveling Salesman Problem (Tsp)*. Skripsi diterbitkan. Semarang: FMIPA Universitas Diponegoro
- [7] Mulyoto, Ari. *Diktat Kuliah Jurusan Teknik Rekayasa Perangkat Lunak*. Tangerang: Universitas Pamulang.
- [8] Munawaroh, Siti. 2007. *Graf Fuzzy*. Skripsi. Malang: Universitas Islam Negeri (UIN).
- [9] Munir, Rinaldi. 2007. *Matematika Diskrit*. Bandung: Informatika Bandung.

- [10] Nirmala, G. Dkk. 2012. *Hamiltonian Fuzzy Cycles on K_{2n+1} Fuzzy Graph*. *In-ternational Journal of Scientific and Research Publications*, Volume 2, Issue 11, November 2012 1 ISSN 2250-3153.
- [11] Nugroho, Didit Budi. 2008. *Catatan Kuliah (2 sks), MX 324 Pengantar Teori Graf*. Salatiga: Universitas Kristen Satya Wacana
- [12] Setiawan, Budi. Dkk. *Operasi pada Graf Fuzzy*. Artikel. Surabaya: Universitas Negeri Surabaya
- [13] Zimmermann, H.J. 1996. *Fuzzy Set Theory and Its Applications Third Edition*. London: Kluwer Academic Publishers.